3. Lógicas Modais de Acção: motivação e breve panorâmica

Neste capítulo apresentam-se contribuições anteriores da Lógica Modal na representação de conceitos de acção, genericamente conhecidas por *lógicas modais de acção*. Contudo, não se pretende apresentar exaustivamente todas as contribuições existentes nesta área. Dar-se-á especial ênfase às lógicas modais de acção desenvolvidas no âmbito da tradição lógica iniciada com as teorias formais apresentadas por Stig Kanger e Ingmar Pörn em [Kanger 57, 72, 84, 85; Kanger & Kanger 66; Pörn 70, 71, 74, 77, 89], por se considerar que as lógicas aí propostas, e em particular as suas lógicas de acção, apresentam características importantes na modelação da interacção entre agentes e de organizações. Serão também referidas outras lógicas modais de acção que, apesar de terem sido propostas fora do âmbito desta tradição, representam o conceito de acção de modo muito semelhante ao proposto por Kanger e Pörn.

Abre-se, no entanto, uma excepção às denominadas *lógicas dinâmicas*, cuja importância tem sido constantemente realçada pelas suas aplicações na área da Ciência da Computação. Na secção 3.1 apresenta-se sucintamente este tipo de lógicas e efectua-se uma breve comparação com as lógicas de acção propostas no âmbito da tradição referida, bem como a justificação da utilização destas últimas no contexto desta dissertação.

As teorias formais de Kanger e Pörn são, aliás, uma importante fonte de referência nesta dissertação. Nelas são apresentadas lógicas modais em que se destaca a combinação de operadores deônticos e de acção como blocos básicos na caracterização e análise de conceitos sociais e legais. Um dos aspectos fascinantes das suas lógicas reside no facto de apresentarem um poder expressivo capaz de articular, a um nível de abstracção apropriado, inúmeras distinções. Esta capacidade expressiva deve-se sobretudo à lógica de acção por eles utilizada.

Na secção 3.2 apresentam-se brevemente as teorias propostas por Stig Kanger e Ingmar Pörn, dando especial atenção ao poder expressivo obtido pela combinação dos operadores modais utilizados nas suas lógicas onde, como se verá, os operadores de acção desempenham um papel importante. Evidenciam-se também as vantagens da análise formal proposta por esses autores e referem-se as aplicações potenciais das suas teorias. Por último, na secção 3.3, faz-se uma panorâmica das lógicas modais de acção com as características descritas, começando por referir novamente os trabalhos de Stig Kanger e Ingmar Pörn, mas agora para os apresentar do ponto de vista formal e não das suas aplicações.

3.1 Motivação

As *lógicas dinâmicas* foram inicialmente propostas por Pratt em [Pratt 76] e posteriormente exploradas e desenvolvidas por muitos outros investigadores, dos quais se destaca David Harel (veja-se, e.g. [Harel 79, 84]). Estas lógicas aparecem na sequência dos trabalhos pioneiros de Dijkstra e Hoare (veja-se, e.g. [Dijkstra 75; Hoare 69]) no domínio da análise da correcção de programas sequenciais.

A ideia original destas lógicas é simples: a cada programa P[39] é associado um operador modal de necessidade $\Box_P$ (usualmente representado por [P]), em que expressões da forma $\Box_P A$ são lidas por "após a execução de P verifica-se A". A interpretação semântica deste operador é usualmente efectuada por modelos padrão da forma $\langle W, \ldots, R(P), \ldots, V\rangle$, em que R(P) é a relação de acessibilidade associada ao operador $\Box_P$. Intuitivamente, W representa o conjunto de estados do computador, e $\alpha R(P)\beta$ sse é possível obter o estado final β executando o programa P a partir do estado inicial α (deste modo, $M,\alpha \models \Box_P A$ significa que A é verdadeira em todos os estados[40] que se podem obter executando P a partir de α).

Estas lógicas foram entretanto generalizadas a outras "classes de acções", considerando-se mesmo a introdução de agentes nos operadores modais $\Box_{x,a}$ (com x um termo denotando um agente e *a* um termo denotando uma acção), em que expressões da forma $\Box_{x,a}A$ são lidas por "após a execução da acção *a* pelo agente x verifica-se A". Tais extensões, juntamente com interpretações deônticas neste contexto lógico[41], têm reforçado o interesse potencial das *lógicas dinâmicas* e levado a uma generalização das suas aplicações em muitos domínios da Ciência da Computação, e nomeadamente na especificação de sistemas (veja-se, e.g. [Maibaum 86; Khosla 88; Khosla & Maibaum 89; Meyer & Wieringa 93]).

Contudo na *lógica dinâmica* assume-se que se pode representar sintacticamente as acções relevantes de um "modo finito" (nestas lógicas as acções são denotadas por termos gerados a partir de um conjunto explícito de acções atómicas por um número finito de construções - e.g. escolha sequenciamento, paralelismo). Apesar de esta hipótese poder ser feita, com vantagens óbvias, em muitas aplicações computacionais, não é obviamente apropriada em algumas aplicações em que se

---

[39] O conjunto de programas considerado nestas lógicas é usualmente formado pelos chamados *programas regulares*, gerados sintacticamente a partir de um conjunto programas atómicos e "testes", por construções que permitem obter composições de programas (e.g. sequenciamento e iteração).

[40] Note-se que podem ser também considerados programas sequenciais *não deterministas*.

[41] Por exemplo, na abordagem inicial de Meyer expressões da forma "a acção 'a' é proibida" são representadas por [a]V, onde V é uma constante expressando a ocorrência de uma violação - veja-se, e.g. [Meyer & Wieringa 93]). Em [Khosla 88] utiliza-se [a]n para representar expressões da forma "a acção 'a' é permitida", onde *n* é uma constante expressando a ocorrência de um "cenário normativo".

pretende modelar a “agência” (o acto de agir) de agentes humanos e suas interacções, pois neste caso não é possível representar a “agência” da forma referida.

Tal limitação não existe, contudo, nas lógicas modais de acção desenvolvidas no âmbito da tradição lógica iniciada com as teorias formais de Stig Kanger e Ingmar Pörn. A principal característica das lógicas de acção aí propostas consiste no facto de representarem acções através de um operador modal proposicional indexado a agentes - $\Box_x$ - e em que expressões da forma $\Box_x A$ são lidas geralmente por: “x produz A” ou “x assegura A”. Note-se que estas leituras não são ocasionais e consubstanciam o facto de representarem de forma canónica muitas expressões linguísticas descrevendo a “realização de acções” por determinado agente - como autor dessa realização - i.e., essas expressões linguísticas podem ser transformadas em expressões equivalentes da forma “x produz/assegura A” em que se assume a existência de uma fórmula A representando o facto produzido/assegurado pelo autor x (veja-se, a este propósito, [Elgesem 93, Belnap & Perloff 89]). Deste modo, a “realização de acções” é representada pelo relacionamento do autor dessa realização com os efeitos dessa realização, ignorando portanto questões temporais e a referência detalhada aos actos realizados.

Note-se que existem importantes diferenças entre o operador dinâmico e este operador. Do ponto de vista conceptual: enquanto que $\Box_{x,a}$ é de algum modo um operador condicional (a veracidade $\Box_{x,a}A$ num mundo α só considera que *se* o agente x executar *a* nesse mundo α, *então* obtém-se A), $\Box_x$ é um operador de “realização” ou de “sucesso” (a veracidade $\Box_x A$ em α implica que A já se verifica em α); o operador dinâmico centra-se nas acções, ao passo que $\Box_x$ incide nos resultados das acções, não incorporando nenhum mecanismo linguístico que permita denotar acções específicas que conduziram à obtenção dos estados finais produzidos[42]. Por outro lado, do ponto de vista semântico: a avaliação da veracidade de $\Box_{x,a}A$ é efectuada no estado anterior à execução da hipotética acção, ao passo que a avaliação da veracidade de $\Box_x A$ é efectuada no estado ulterior à execução da acção relevante. Finalmente, do ponto de vista axiomático: enquanto que $\Box_{x,a}$ é um operador normal que não satisfaz o esquema (T), $\Box_x$ verifica (T) mas em geral é proposto como um operador não-normal.

Na próxima secção serão realçadas as vantagens da utilização do operador $\Box_x$ na modelação da “agência” de agentes humanos e suas interacções, nomeadamente quando se consideram estes operadores em combinação com outros operadores, nomeadamente deônticos. Refira-se, aliás, que

---

[42] Refira-se que em [Segerberg 89] Krister Segerberg apresenta uma lógica de acção com um operador da forma $\Box_{\delta(A)}$, em que o “delta-operador” δ aplica estado de coisas em termos que denotam a acção que conduz à obtenção de tal estado de coisas. A axiomatização aí proposta estende a habitual axiomatização da lógica dinâmica, com os axiomas esquema: $\Box_{\delta(A)}A$ e $\Box_{\delta(A)}B \rightarrow (\Box_{\delta(B)}C \rightarrow \Box_{\delta(A)}C)$; e a regra de inferência: se $\vdash A \leftrightarrow B$, então $\vdash \Box_{\delta(A)}C \leftrightarrow \Box_{\delta(B)}C$.

na opinião de outros investigadores (veja-se, e.g. [Jones & Sergot 93, Brown & Carmo 96, Carmo 96]), estas lógicas de acção em combinação com lógicas deônticas, constituem o núcleo lógico básico de suporte quer à especificação de organizações e sistemas computacionais, encarados como instâncias de *sistemas normativos*, quer ao desenvolvimento de uma *teoria da agência colectiva e organizada*[43].

3.2 Os Trabalhos Percursores de Stig Kanger e Ingmar Pörn

Influenciado pelo trabalho do jurista americano W.N. Hohfeld [Hohfeld 13][44], Kanger utiliza o conceito de obrigação, em combinação com um conceito novo de acção, para descrever e analisar

---

[43] Onde confluam o estudo e a modelação de agentes *per se*, com a modelação das actividades e das relações entre agentes numa organização.

[44] A análise de *direitos* elaborada por Hohfeld é actualmente considerada como percursora das mais modernas análises de *direitos* na área da Jurisprudência, pela sua contribuição para o esclarecimento de várias noções de *direitos*. Em [Hohfeld 13], Hohfeld propõe uma tipologia de oito noções distintas usualmente empregues como denotando direitos - a saber, *direito*, *privilégio*, *poder*, *imunidade*, *dever*, *não-direito*, *responsabilidade* e *incapacidade* - para representar relações legais entre duas *partes jurídicas* (o *portador* do direito e a *contra-parte* do direito) e defende que estas noções são "o menor denominador comum" a partir do qual outras relações legais complexas podem ser definidas. Hohfeld distingue duas dimensões importantes para classificar aqueles conceitos (a *deôntica* e a da *capacidade legal*, esta última relacionada com a capacidade de uma pessoa mudar relações jurídicas) e analisa-os explorando os seus relacionamentos em termos de opostos jurídicos (conceitos equivalentes à negação de outros conceitos) e de correlativos jurídicos (quando os conceitos denotam a mesma relação jurídica, mas centrando a atenção numa ou noutra das partes dessa relação). A tabela seguinte agrupa os oitos conceitos mencionados de acordo com estas três perspectivas:

	Dimensão deôntica		Dimensão capacidade legal	
Opostos Jurídicos	*direito* *não-direito*	*privilégio* *dever*	*poder* *incapacidade*	*imunidade* *responsabilidade*
Correlativos Jurídicos	*direito* *dever*	*privilégio* *não-direito*	*poder* *responsabilidade*	*imunidade* *incapacidade*

O relacionamento dos conceitos propostos por Hohfeld é apresentado em [Hohfeld 13] "textualmente" através da discussão de vários exemplos jurídicos. No entanto, utilizando uma representação "quasi-formal" (veja-se [Lindahl 77], página 26), as relações propostas por Hohfeld para os conceitos da dimensão deôntica podem ser representadas pelos seguintes esquemas (onde x,y representam agentes e A_y é uma proposição representando uma acção do agente y): direito(x,y,A_y)$\leftrightarrow\neg$não-direito(x,y,A_y), dever(y,x,A_y)$\leftrightarrow\neg$privilégio(y,x,$\neg A_y$), para os opostos jurídicos; e direito(x,y,A_y)$\leftrightarrow$dever(y,x,A_y), privilégio(y,x,A_y)$\leftrightarrow$não-direito(x,y,$\neg A_y$), para os correlativos jurídicos.

Relativamente ao relacionamento dos conceitos da dimensão capacidade legal, estes podem ser representados pelos seguintes esquemas (veja-se [Lindahl 77], página 204-205): poder(x,y,A)$\leftrightarrow\neg$incapacidade(x,y,($\neg$)A), vários tipos de *direitos* (veja-se [Kanger 57, 72, 84, 85; Kanger & Kanger 66]). Naquilo que denomina de *teoria dos tipos de direitos simples*, Kanger propõe a seguinte explicação dos tipos de direitos *direito* ("claim", na terminologia jurídica anglo-saxónica), *privilégio*, *poder* e *imunidade* anteriormente propostos por Hohfeld, por utilização dos operadores modais proposicionais O, o seu dual P (i.e. $PA \leftrightarrow \neg O \neg A$) e E_X[45], onde expressões da forma OA, PA e $E_X A$ podem ser lidas respectivamente por "A é obrigatório", "A é permitido" e "x assegura/produz/faz A",

direito(x,y,A)	$=_{def}$	OE_yA	
privilégio(x,y,A)	$=_{def}$	$P\neg E_X\neg A$	(i.e. $\neg OE_X\neg A$)
poder(x,y,A)	$=_{def}$	PE_XA	(i.e. $\neg O\neg E_X\neg A$)
imunidade(x,y,A)	$=_{def}$	$O\neg E_y\neg A$	

e explora a relação entre conceitos legais por utilização das propriedades lógicas dos operadores modais O e E, e mantendo implicitamente algumas das equivalências estabelecidas por Hohfeld.

Os méritos da abordagem de Kanger não residem no facto de apresentar uma explicação adequada de vários tipos de direitos. De facto, em [Makinson 86] são apontadas vários problemas da explicação proposta por Kanger e que não ocorriam na teoria de Hohfeld, entre os quais há a salientar: a perca do inter-relacionamento entre as duas partes envolvidas na relação jurídica; e a não adequação das explicações de Kanger dos conceitos propostos por Hohfeld na dimensão capacidade legal (e.g., a explicação de *poder* não permite representar coerentemente casos em que um agente tem poder mas que não está permitido a exercê-lo).

Os méritos da abordagem de Kanger residem, isso sim, no enriquecimento conceptual obtido pela introdução do operador de acção E e nas potencialidades oferecidas pela utilização da lógica formal como ferramenta de análise. A introdução do operador E e o facto de este permitir articular a negação quer dentro quer fora do operador (i.e., E_XA, $E_X\neg A$, $\neg E_XA$ e $\neg E_X\neg A$) permite a Kanger

---

imunidade(y,x,A)$\leftrightarrow\neg$responsabilidade(y,x,($\neg$)A), para os opostos jurídicos (Lindahl observa que a introdução ou não da negação em ($\neg$) nos esquemas anteriores depende do modo do verbo utilizado em expressões utilizando esses conceitos); e poder(x,y,A)$\leftrightarrow$responsabilidade(y,x,A), imunidade(y,x,A)$\leftrightarrow$incapacidade(x,y,A), para os correlativos jurídicos.

[45] Em [Kanger 57], Kanger propõe pela primeira vez a combinação de um operador deôntico de obrigação *Ought* e do seu dual *Right* com a expressão "x (denotando um agente) assegura A" para expressar algumas das distinções propostas por Hohfeld. No entanto, nesse artigo a noção de acção mencionada não é formalizada. Só em artigos posteriores (e.g., [Kanger 72]) Kanger propõe a utilização do operador modal proposicional *Do* e algumas das suas propriedades lógicas (para mais detalhes veja-se a página 50). Por questões de uniformidade de notação utilizar-se-á nesta exposição os operadores O, P e E para representar respectivamente o conceito de obrigação, permissão e de acção.

estabelecer distinções frequentemente pouco claras na análise de Hohfeld. Por exemplo, Kanger pode distinguir a expressão "é obrigatório que x assegure/produza/faça que A não se verifica" da expressão "é obrigatório que x não assegure/produza/faça que A se verifica" através das fórmulas $OE_x\neg A$ e $O\neg E_xA$. Por outro lado, as propriedades lógicas dos operadores O e E, permitem a Kanger, não só propor concepções mais básicas na explicação de vários tipos de direitos, mas também estabelecer inter-relacionamentos na dimensão deôntica que estão ausentes (mas que têm sentido) na análise de Hohfeld, e.g., direito(y,x,A)$\rightarrow$privilégio(x,y,A) (veja-se, a este propósito, [Lindhal 77], página 28-34).

Mas é na *teoria dos tipos de direitos atómicos* proposta por Kanger (veja-se, e.g., [Kanger & Kanger 66]) onde verdadeiramente se destacam as potencialidades oferecidas pela utilização da sua lógica. A expressão "tipos atómicos" é utilizada por Kanger para referir direitos completamente descritos por conjunções de diferentes tipos de direitos simples (ou das suas negações).[46] Kanger propõe um método para obter diferentes tipos de direitos atómicos e, com base nas propriedades lógicas dos operadores O e E e nas explicações dos tipos de direitos simples, distingue vinte e seis diferentes noções de direitos que podem existir entre duas partes de uma relação jurídica. A análise efectuada por Kanger de alguns exemplos de legislação estabelecendo direitos (veja-se, e.g., [Kanger & Kanger 66]) ilustra bem a contribuição que essas distinções podem oferecer no esclarecimento das relações normativas existentes entre pessoas jurídicas.

A *teoria das posições normativas* de Lindhal [Lindhal 77] apresenta um desenvolvimento mais sistematizado e compreensível desta última teoria de Kanger, lidando também com questões relacionadas com a mudança de relações normativas. No entanto não se compromete com explicações de vários tipos de direitos, explorando apenas as relações normativas possíveis (para um ou mais agentes) descritas por intermédio dos operadores O, o seu dual P e E.

Lindhal assume O como um operador modal de necessidade (definido sobre uma lógica proposicional) do tipo rKD, ou, de forma equivalente, do tipo rNKD, i.e. (recorde-se) verificando os seguintes axiomas-esquema e regra de inferência:

(K)	$O(A\rightarrow B)\rightarrow(OA\rightarrow OB)$	
(D)	$OA\rightarrow\neg O\neg A$	(i.e. $OA \rightarrow PA$, utilizando $PA =_{def} \neg O\neg A$)
(rN)	de A, infere-se OA[47]	

[46] Tecnicamente, trata-se de conjunções de tipos de direitos atómicos (ou das suas negações) que sejam maximais, não-redundantes e coerentes. Para mais pormenores veja-se [Makinson 86]. Aí é proposto o termo maxi-conjunções ("maxi-conjunctions") para designar este tipo de conjunções.

[47] De acordo com o que se referiu na nota de rodapé 11, todas as regras não tautológicas devem ser encaradas apenas como regras de prova no âmbito das deduções. Para o salientar, como aí se referiu, alguns autores enunciam (rN) na forma "se $\vdash A$ então $\vdash OA$".

e E_x como um operador modal de necessidade do tipo ET.

Utilizando como ponto de partida as três *posições-de-acção para um agente* x relativamente a A,

(A1) E_xA

(A2) $E_x\neg A$

(A3) $\neg E_xA\wedge\neg E_x\neg A$ (representando a "passividade" de x relativamente a A)

e as propriedades lógicas dos operadores O e E, Lindhal identifica sete diferentes *posições-normativas-de-acção para um agente* x relativamente a A (Lindhal utiliza o termo "one-agent types"):

(T1) $PE_xA \wedge PE_x\neg A \wedge P(\neg E_xA \wedge \neg E_x\neg A)$

(T2) $PE_xA \wedge O\neg E_x\neg A \wedge P(\neg E_xA \wedge \neg E_x\neg A)$

(T3) $PE_xA \wedge PE_x\neg A \wedge O(E_xA \vee E_x\neg A)$

(T4) $O\neg E_xA \wedge PE_x\neg A \wedge P(\neg E_xA \wedge \neg E_x\neg A)$

(T5) OE_xA

(T6) $O(\neg E_xA \wedge \neg E_x\neg A)$

(T7) $OE_x\neg A$

Note-se que, para cada agente x e para cada *estado de coisas* A, apenas uma das posições (T1) a (T7) se verifica (cf. [Jones & Sergot 92]).

Lindhal analisa também as diferentes posições normativas em que dois agentes se podem simultaneamente encontrar face a A e identifica trinta e cinco diferentes *posições-normativas-de-acção para dois agentes* x e y relativamente a A (Lindhal utiliza o termo "individualistic two-agent types"). (Note-se que Kanger apenas identifica vinte e seis devido ao facto de não ter considerado a *posição-de-acção* (A3) no âmbito dos operadores O e P.) Em [Lindhal 77], a *teoria das posições normativas* é também estendida para analisar situações onde as obrigações são aplicadas colectivamente a dois agentes, mas não necessariamente individualmente, caracterizadas, e.g. por fórmulas da forma $O(E_xA\vee E_yA)\wedge\neg OE_xA\wedge\neg OE_yA$. Lindhal distingue cento e vinte e sete "collectivistic two-agent types".

Por seu lado, Pörn foi um dos primeiros autores a apreciar as potencialidades do conceito de acção proposto por Kanger na caracterização de *Sistemas Sociais* (veja-se [Pörn 70, 71, 74, 77, 89]). Deve-se mesmo a Pörn a primeira tentativa de caracterização formal dessa noção de acção (veja-se a secção 3.3.1), através da introdução de um operador modal proposicional (aqui representado por E). Combinando esse operador com outras modalidades, Pörn oferece interessantes caracterizações de *acção intencional*, *controlo*, *influência*, *comunicação*, entre outras. Em [Pörn 71,77], Pörn chega mesmo a combinar lógicas modais com outros modelos matemáticos (e.g., teoria de jogos, autómatos e gramáticas) para discutir a estrutura de sistemas sociais.

Para Pörn *Sistemas Sociais* são redes de relações interpessoais manifestando-se em *Interacções* entre agentes. Pörn propõe-se fazer o estudo das características de vários tipos de *Interacções* e destingue *relações de controlo*, *relações de influência* e *relações normativas*, explorando o inter-relacionamento destas para representar noções mais complexas de interacção.

Em [Pörn 70,77], Pörn propõe a utilização de expressões da forma

(C1) $E_x E_y A$
(C2) $E_x \neg E_y A$
(C3) $E_x E_y \neg A$
(C4) $E_x \neg E_y \neg A$
(C5) $E_x(\neg E_y A \wedge \neg E_y \neg A)$
(C6) $E_x(E_y A \vee E_y \neg A)$

como ponto de partida para analisar casos de ("realização") de controlo do agente x em relação a y (e.g., (C2) pode ser utilizado para representar "x impede y de ir à reunião"). A noção de influência é aí explorada como a "possibilidade prática" do exercício de controlo, através da utilização do operador Can em expressões da forma $\mathrm{Can} E_x E_y A$. Torna-se assim possível, segundo Pörn, distinguir situações em que x não exercita controlo sobre y mas em que tem (resp. não tem) poder de influenciar y, através de expressões da forma, e.g., $\neg E_x E_y A \wedge \mathrm{Can} E_x E_y A$ (resp. $\neg E_x E_y A \wedge \neg \mathrm{Can} E_x E_y A$).

As *relações normativas* entre agentes são exploradas, no trabalho de Pörn, de múltiplas maneiras. Por exemplo, em [Pörn 70] as *relações normativas* são caracterizadas em termos de "poder punitivo". Aí são utilizadas explicações de noções deônticas num estilo idêntico ao proposto por Anderson[48], através de fórmulas da forma $E_x(E_y A \rightarrow B(y))$ com a leitura "x torna punível para y que y produza A" (neste caso representando uma relação de proibição de y produzir A) e que Pörn abrevia por $B_x E_y A$. As *relações de influência/controlo* são então combinadas com *relações normativas* para caracterizar vários tipos de interacções entre agentes, e.g., através de fórmulas da forma $E_x B_y E_z A$, $B_x E_y E_z A$ e $B_x B_y E_z A$. Em [Pörn 77], as *relações normativas* são exploradas de

[48] A. R. Anderson representa expressões da forma "p é obrigatório" por $N(\neg p \rightarrow S)$, onde N é um operador modal de necessidade e S uma constante proposicional representando "punição" (veja-se, e.g. [Anderson 56, 67]).

modo semelhante ao proposto por Kanger e Lindhal. Finalmente, em [Pörn 89], são utilizadas lógicas deônticas mais elaboradas - propostas em [Jones & Pörn 85, 86] - e que não apresentam alguns dos mais importantes paradoxos das lógicas deônticas (veja-se a este respeito [Hilpinen 71, 81; Alegre 92; Meyer & Wieringa 93]).

A relevância da aplicação das teorias de Kanger e Pörn na área da Jurisprudência e das Ciências Políticas (no caso das teorias propostas por Kanger) e em geral na área das Ciências Sociais está ainda por determinar ou sujeita a controvérsias de carácter filosófico.[49] No entanto o interesse destas teorias não se limita apenas às suas contribuições naquelas áreas. Em [Morris & McDermid 91; Jones & Sergot 92, 93; Sergot 98] defende-se a utilização das teorias de Kanger e Lindhal na especificação de requisitos de segurança em sistemas computacionais, em que é fundamental especificar com precisão os “direitos” de vários agentes. São aí ilustradas como as distinções proporcionadas por essas teorias podem ser utilizadas para auxiliar (e.g. por um analista de sistemas) a identificar qual a interpretação desejada de um “direito” particular. Em [Jones & Sergot 92, 93] é também referido como algumas noções apresentadas por Pörn podem ser úteis nesse contexto. Refira-se ainda [Krogh 97], onde estas teorias são também utilizadas na análise de inter-relacionamentos entre agentes artificiais.

As teorias de Kanger e Pörn têm sido também uma importante referência e fonte de inspiração para vários investigadores em Lógica Modal Aplicada, quer na discussão dos conceitos por eles formalizados, quer na proposta de formalizações mais adequadas e de extensões para esses conceitos. Termina-se esta secção com uma descrição sucinta de alguns desses trabalhos.

Em [Sandu 86] é caracterizada logicamente uma noção “diádica” de acção para raciocinar acerca dos relacionamentos entre meios e fins na execução de acções (e.g., “ligar o interruptor” e “acender a luz”). É aí utilizado o operador modal proposicional Do, em que fórmulas da forma Do(A,B) podem ser lidas por “fazer B, fazendo A”. Em [Elgesem 93], Elgesem discute e formaliza a noção de acção “x produz A” com base em noções teleológicas. São aí efectuadas múltiplas distinções, entre as quais há a destacar as noções de “habilidade” e de “oportunidade” (para mais detalhes veja-se a secção 3.3). Estes conceitos são também generalizados para o caso “diádico”, representando a “habilidade de um agente produzir B através da produção de A” e a “oportunidade de um agente produzir B através da produção de A”

[49] Veja-se a propósito da relevância da *Teoria Formal de Direitos* de Stig Kanger em Jurisprudência, a discussão apresentada em [Herrestad 96], capítulos 7 e 8. Não se tomou conhecimento de referências ao trabalho de Ingmar Pörn na área das Ciências Sociais.

Por outro lado, com base nas críticas apontadas em [Makinson 86] à adequação da teoria de Kanger na representação dos conceitos formulados por Hohfeld, Henning Herrestad e Christen Krogh [Herrestad 96; Herrestad & Krogh 95; Krogh 97; Krogh & Herrestad 94, 96] apresentam o estudo lógico de um operador de obrigação relativizado a dois agentes - ${}_xO_y$ - e apresentam a seguinte explicação do conceito de "direito" proposto por Hohfeld

$$\text{direito}(y,x,A) =_{def} {}_xO_y\, E_xA$$

em que a expressão ${}_xO_y\, E_xA$ é lida por "x têm uma obrigação directa para com y para que x produza A" (y denotando o portador do direito, e x a contra-parte). Esses autores discutem ainda exemplos em que a noção de obrigação é utilizada sem este "vínculo" entre dois agentes e propõem várias noções de obrigações e os seus inter-relacionamentos.

Também baseados em críticas apresentadas em [Makinson 86] acerca da explicação de Kanger de alguns conceitos da dimensão *capacidade legal* propostos por Hohfeld, Andrew Jones e Marek Sergot propõem a caracterização de "poder institucional" [Jones & Sergot 96], através da utilização de um operador condicional $\Rightarrow_s$ em expressões da forma genérica

$$(E_xA \Rightarrow_s E_yF)$$

com a seguinte leitura "de acordo com a instituição s, se x produz A então y produz F". A intuição básica guiando tal representação é, segundo estes autores, a seguinte: em instituições, organizações, ou noutros sistemas normativos, operam restrições que tornam a execução de uma acção específica (a produção de A) por um agente específico x, uma condição suficiente que garante que o agente y cria um estado de coisas F (usualmente normativo). Na discussão dessa representação, Jones e Sergot utilizam o exemplo (apresentado em [Makinson 86]) de um padre *p* que tem o poder, conferido pela sua instituição religiosa *s*, de produzir/assegurar que um casal fica casado *fc* através da execução de um ritual *r*, mas que está proibido (i.e., não permitido) de realizar esse ritual. Com a noção de "poder" proposta, este exemplo pode ser representado coerentemente por $(E_pr \Rightarrow_s E_sfc) \wedge \neg PE_pr$, não apresentando portanto os inconvenientes da explicação de Kanger.

3.3 Lógicas Modais de Acção: Breve Panorâmica

Nesta secção apresentam-se com mais detalhe formal as lógicas modais de acção propostas no âmbito da tradição lógica iniciada com as teorias de Kanger e Pörn, bem como outras contribuições da lógica modal à representação do conceito de acção em que se representam acções de modo muito similar, i.e. através de um operador modal proposicional indexado a agentes $\Box_x$, em que expressões da forma $\Box_x A$ são lidas geralmente por "x produz A", "x assegura A" ou "x faz A".

Existem essencialmente três abordagens principais para a definição deste operador: abordagens utilizando combinações de operadores modais normais [Pörn 74, 77, 89; Kanger 72]; abordagens utilizando semânticas temporais [Chellas 69; Belnap & Perloff 89, 93; Belnap 91a, 91b]; e abordagens utilizando modelos mínimos [Elgesem 93]. Apesar destas diferenças, as lógicas propostas para o operador $\Box_x$ têm em comum os seguintes axiomas-esquema:

(T) $\Box_x A \rightarrow A$

(C) $(\Box_x A \wedge \Box_x B) \rightarrow \Box_x (A \wedge B)$

e a regra de inferência:

(rE) de $A \leftrightarrow B$, infere-se $\Box_x A \leftrightarrow \Box_x B$

pelo que se pode considerar estes princípios como o núcleo de qualquer lógica modal de acção.

O esquema (T) estabelece a característica central da noção de acção caracterizada: "se o agente x produz/assegura A, então A verifica-se". E o esquema (C) representa a intuição: "tudo aquilo que é produzido/assegurado (pelo agente x) separadamente, também é produzido/assegurado globalmente". (rE) estabelece apenas o fecho do operador $\Box_x$ para equivalências, pelo que se considera genericamente estes operadores apenas como clássicos (como se verá, a maioria das abordagens recusa que estes operadores possam ser normais).

No que se segue apresenta-se uma panorâmica das três abordagens mencionadas. A abordagem proposta por Elgesem será, no entanto, utilizada nesta dissertação como referência principal na análise crítica das restantes abordagens. Esta opção é naturalmente justificada pelo facto de a abordagem lógica proposta por Elgesem apresentar uma análise substancialmente mais profunda do conceito de acção.

3.3.1 As Lógicas de Acção de Stig Kanger e Ingmar Pörn

A primeira tentativa de caracterização formal da noção de acção anteriormente referida foi efectuada por Pörn em [Pörn 70], através da introdução do operador modal proposicional D_X. A semântica desta modalidade é aí definida por utilização de modelos padrão[50] utilizando uma relação de acessibilidade reflexiva (indexada a agentes) - $R_X{}^D$ - com a leitura,

$(\alpha,\beta)\in R_X{}^D$ sse "β é possível relativamente a tudo aquilo que x faz em α".

e utilizando a seguinte noção de veracidade num mundo α de um modelo M, para expressões da forma D_XA:

(def.Pörn.0) $M,\alpha\models D_XA$ sse $M,\beta\models A$, para todo o β tal que $(\alpha,\beta)\in R_X{}^D$

A definição (def.Pörn.0) permite caracterizar o operador D_X como um sistema de lógica modal normal do tipo rKT. Pörn sugere várias leituras para expressões da forma D_XA - "A resulta daquilo que x faz", "x assegura A", "x produz A", "x age de tal modo que A", "A é uma coisa feita por x", "x faz A" - e utiliza essas leituras, muitas vezes em simultâneo, para justificar intuitivamente os teoremas da lógica proposta. Utiliza também, nessas justificações, o dual C_X do operador D_X (i.e., $C_X =_{def} \neg D_X \neg$), com as seguintes leituras para expressões da forma C_XA - "A é compatível com tudo o que x faz", "A é possível para tudo o que x faz", "A é proporcionado/permitido por aquilo que x faz".

No entanto a lógica proposta apresenta alguns resultados que não se adequam às intuições associadas ao conceito de acção representado, mesmo assumindo as múltiplas leituras propostas e sem entrar em considerações relativamente ao facto de essas leituras poderem estar associadas a conceitos distintos. Considere-se os seguintes argumentos que evidenciam alguns dos paradoxos detectados nesta lógica. Um sistema lógico modal normal permite deduzir, entre outros, os seguintes esquemas:

(R) $D_XA\rightarrow D_X(A\vee B)$

(N) D_XTrue

[50] Em [Pörn 70] são utilizados modelos de Hintikka na caracterização do operador D_X (veja-se, e.g., [Hintikka 53]). No entanto, por questões de uniformidade de apresentação, opta-se nesta dissertação por apresentar uma caracterização equivalente em termos de modelos padrão.

O esquema (R) introduz aspectos irrelevantes na descrição da acção efectuada pelo agente x. Tome-se por exemplo a seguinte variante do paradoxo de Ross, usualmente referido no contexto da Lógica Deôntica, *se x produz/assegura que a carta é posta no correio, então x produz/assegura que a carta é posta no correio ou queimada*. Por outro lado, o esquema (N) expressa que *o agente x produz/assegura qualquer tautologia*. No entanto, pretende-se que o conceito de acção em análise envolva uma *componente negativa* que não é verificada por este esquema*: se o agente x não tivesse agido como agiu, então o resultado obtido poderia ter sido evitado*. Como outros exemplos de resultados que se obtêm para um tal operador D_x, pode referir-se o seguinte exemplo apresentado em [Santos *et al*. 97b]. Como numa lógica normal se verifica a regra (rM), do facto de *um agente x produzir/assegurar que um agente y sabe p* (que se pode representar por D_xK_yA, usando um operador de conhecimento K_y) infere-se que *o agente x produz/assegura p* (assumindo, como é usual, que K_y verifica o esquema (T)). Muito mais haverá a dizer nesta tese sobre os problemas que a regra (rM) levanta neste tipo de lógicas de acção.

Daqui se conclui que a representação do conceito de acção "x produz/assegura" por utilização de um operador modal normal deve ser evitada e que devem ser procuradas outras soluções que "enfraqueçam" de algum modo a capacidade dedutiva oferecida por tais sistemas de lógica modal.

Finalmente, note-se que (def.Pörn.0) permite ainda inferir como válido o seguinte esquema respeitante à interacção entre os operadores D_x e D_y (para agentes x e y):

(Q) $D_xD_yA \rightarrow D_xA$

Este é um esquema ao qual se prestará especial atenção nesta dissertação, uma vez que será utilizado como propriedade principal na caracterização do conceito de "acção indirecta" proposto nesta dissertação. Pörn propõe a seguinte leitura do esquema (Q): "x produz A, assegurando que y faz A". Pörn salienta que este esquema não permite interpretar D_xA como "x faz A sozinho", no sentido em que a obtenção de A como "coisa feita" pode ser exclusivamente atribuída ao agente x. A esse respeito, Pörn argumenta que, uma vez que se obtém como válida a fórmula $D_{x1}D_{x2}...D_{xn}A \rightarrow (D_{x1}A \wedge D_{x2}A \wedge ... \wedge D_{xn}A)$, a obtenção de A como "coisa feita" é devida imediatamente à *eficácia causal* de x_n, e remotamente à *eficácia causal* de x_1, x_2, ..., x_{n-1}, e em último lugar á *eficácia causal* de x_1.

Posteriormente, Pörn e Kanger [Pörn 74, 77, 89; Kanger 72] propõem lógicas modais de acção que evitam os paradoxos anteriores, essencialmente através da introdução da *componente negativa* referida. Eles introduzem dois operadores proposicionais normais, D_x do tipo rKT e D'_x do tipo rKD, onde expressões da forma D_xA e D'_xA são lidas respectivamente por "A é necessário para alguma coisa que x faz" e "mas sem a acção de x, A verificar-se-ia". A semântica destas modalidades é definida por utilização de modelos padrão através de duas relações de acessibilidade indexadas a agentes, R_x^D (reflexiva) e $R_x^{D'}$ (serial e irreflexiva) com as seguintes leituras:

$(\alpha,\beta)\in R_x^D$ sse "β é possível relativamente a tudo aquilo que x faz em α"
$(\alpha,\beta)\in R_x^{D'}$ sse "β poderia ter ocorrido caso x não tivesse agido como agiu em α"

Nestas propostas são apresentadas mais intuições relativamente ao papel dos *mundos possíveis* do modelo padrão utilizado. Intuitivamente, os *mundos possíveis* do modelo representam situações hipotéticas resultantes da realização/não realização das acções de um ou mais agentes. A relação R_x^D relaciona cada situação α (considerada actual) com todas as possíveis situações δ em que x faria - pelo menos - tanto quanto x faz em α. Daí que $(\alpha,\beta)\in R_x^D$ represente que "β é possível relativamente a tudo aquilo que x faz em α" e se imponha a reflexibilidade de R_x^D para representar o facto de α ser também uma dessas possíveis situações. Relativamente à relação $R_x^{D'}$, a situação (actual) α é relacionada com todas as situações δ em que x não agiria como em α. De acordo com esta interpretação, a imposição da irreflexibilidade de $R_x^{D'}$ surge naturalmente para expressar que α não pode ser considerada como situação em que x não age como agiu em α. Por outro lado, a serialidade de $R_x^{D'}$ é imposta para representar o facto de se exigir a existência de tais situações contra-factuais, como é esperado na representação da *condição negativa*.

A noção de verdade num mundo α de um modelo *M* é definida de modo usual para as fórmulas proposicionais, e para os operadores D_x e D'_x é definida da seguinte maneira:

$M,\alpha\vDash D_xA$ sse $M,\beta\vDash A$, para todo o β tal que $(\alpha,\beta)\in R_x^D$
$M,\alpha\vDash D'_xA$ sse $M,\beta\vDash A$, para todo o β tal que $(\alpha,\beta)\in R_x^{D'}$

Kanger e Pörn representam então a noção "x produz" através de um operador E_x, que é definido combinando as duas modalidades anteriores do modo seguinte (onde $C'_xA=_{def}\neg D'_x\neg A$ é lida por "mas sem a acção de x, A poder-se-ia ter verificado"):

(definição.Kanger) $E_xA =_{def} D_xA \wedge D'_x\neg A$[51]
(definição.Pörn) $E_xA =_{def} D_xA \wedge C'_x\neg A$

---

[51] Em [Kanger 72], Stig Kanger utiliza a notação Do(x,A) para expressar "x assegura A" e utiliza a abreviatura $Do(x,A)=_{def}$Dó(x,A)$\wedge$Dò(x,A), em que Dó(x,A) e Dò(x,A) são lidos respectivamente por: "A é necessário para alguma coisa que x faz" e "A é suficiente para alguma coisa que x faz". Apesar de Kanger não utilizar Dò(x,$\neg$A) nessa abreviatura, a definição (definição.Kanger) é no entanto equivalente, uma vez que Kanger adopta a seguinte definição: $M,\alpha\vDash$ Dò(x,A) sse M, $\beta\vDash\neg A$, para todo o β tal que $(\alpha,\beta)\in R_x^{D'}$.

As lógicas resultantes verificam os seguintes axiomas-esquema:

(K) $E_X(A\rightarrow B)\rightarrow(E_XA\rightarrow E_XB)$
(C) $(E_XA\wedge E_XB)\rightarrow E_X(A\wedge B)$
(T) $E_XA\rightarrow A$
(No) $\neg E_X True$

e a regra de inferência:

(rE) de $A\leftrightarrow B$, deduz-se $E_XA\leftrightarrow E_XB$

Apesar de os dois autores apresentarem caracterizações lógicas do conceito de acção com resultados similares, a caracterização proposta por Kanger apresenta a seguinte deficiência apontada por Andrew Jones (cf. [Pörn 77], página 7): segue-se da (definição.Kanger) que se tem como teorema $\neg(E_XA\wedge E_X(A\rightarrow B))$; no entanto existem muitas acções que podem ser adequadamente descritas por conjunções da forma $E_XA\wedge E_X(A\rightarrow B)$.

Note-se mais uma vez que a *condição negativa* é capturada nestes sistemas lógicos pela utilização da componente contra-factual introduzida pelos operadores D'_X e C'_X. No entanto, Elgesem (veja-se [Elgesem 93]) salienta que a introdução desta componente é demasiado forte nestas lógicas, no sentido em que colapsa duas noções diferentes de *evitabilidade* relevantes para a caracterização da acção: "aquilo que é produzido não pode ser necessariamente verdade" e "a actividade de um agente é instrumental na produção daquilo que ele produz". Estes aspectos são discutidos na subsecção 3.3.3.

3.3.2 As Lógicas de Acção de Brian Chellas e Nuel Belnap

As lógicas de acção propostas por Brian Chellas e Nuel Belnap [Chellas 69; Belnap & Perloff 89, 93; Belnap 91a, 91b] têm em comum a utilização de semânticas temporais que suportam a caracterização dos (respectivos) conceitos de acção em termos das noções semânticas: *história*, *instante* e *agente*. Apresentam-se a seguir estas duas abordagens à caracterização do conceito de acção. Note-se, no entanto, que a teoria proposta por Belnap é aqui apresentada com a notação utilizada por Chellas em [Chellas 92], onde este compara as duas teorias no contexto semântico proposto em [Chellas 69].

Brian Chellas propõe o operador Δ_x (veja-se [Chellas 69, 92]) para representar o conceito de acção, em que expressões da forma $\Delta_x A$ são lidas por "x assegura A". A caracterização semântica deste operador segue intuitivamente a ideia "A é verdadeiro em todas as alternativas sobre o controlo do agente x" e baseia-se fundamentalmente na introdução de agentes na estrutura temporal, através da noção de *alternativa instigada por um agente*.

No contexto semântico proposto por Chellas, *tempo* é caracterizado por um conjunto de instantes com uma relação de *ordem total discreta*, do tipo da ordem < usual sobre os inteiros, de modo a poder falar de "instante anterior a outro instante". Histórias são caracterizadas como funções *h* que aplicam instantes em *estados de coisas*, i.e., *h(t)* representa o *estado de coisas* na história *h* no instante *t*. Histórias com o mesmo passado no instante *t* são relacionadas pela relação de equivalência entre histórias, $=_t$:

(def. $=_t$) $h =_t h'$ sse $h(t') = h'(t')$, em todo o instante $t' < t$.

A noção *alternativa instigada por um agente* é utilizada para expressar alternativas sob o controlo de um agente. Neste contexto semântico, esta noção é caracterizada pela relação reflexiva $R^x{}_t$, com a seguinte leitura:

(def. $R^x{}_t$) $R^x{}_t(h, h')$ sse "para x, no instante t, h' é uma *alternativa instigada* de h"

Chellas impõe a seguinte restrição para garantir que são apenas consideradas nas alternativas instigadas por um agente x as histórias com o mesmo passado no instante t ("relevância histórica"):

(C1) se $R^x{}_t(h, h')$, então $h =_t h'$

A noção de verdade num instante t na história h para expressões da forma $\Delta_x A$ é definida por Chellas da seguinte forma:

(def.Chellas) $h, t \models \Delta_x A$ sse $h', t \models A$, para toda a história h' tal que $R^x{}_t(h, h')$

Repare-se que de acordo com a definição (def.Chellas), a restrição (C1) desempenha um papel fundamental na representação da acção como dependente do passado, no sentido de que expressa que as alternativas sob o controlo de um agente estão limitadas aquelas que surgem na sequência de um passado comum.

A definição (def.Chellas) permite caracterizar o operador Δ_x como um sistema de lógica modal normal do tipo rKT.[52] Esta lógica apresenta portanto os mesmos princípios da lógica proposta por Pörn em [Pörn 70] e consequentemente está sujeita ao mesmo tipo de críticas relativamente à sua adequação na caracterização do conceito de acção (veja-se página 47).

Repare-se que, no que respeita à interacção entre os operadores Δ_x e Δ_y (para agentes x e y), a definição (def.Chellas) torna válida a seguinte fórmula esquema:

(Q) $\Delta_x\Delta_y A \rightarrow \Delta_x A$

Chellas defende o esquema (Q) como um importante princípio a ser considerado na caracterização da noção "assegura" e refere que (Q) expressa um género de "princípio de responsabilidade" (veja-se [Chellas 92], página 489). O esquema (Q) permite a leitura "se x assegura que y assegura A, então x assegura A", e uma vez que se obtém como teorema $\Delta_x\Delta_y A \rightarrow (\Delta_x A \wedge \Delta_y A)$ - por (Q) e (T) - pode-se concluir que "se x assegura que y assegura A, então x assegura A e y assegura A". Daí que Chellas denomine este princípio de "*Qui facit per alium*". Note-se que o esquema (Q) está também presente na lógica proposta por Pörn em [Pörn 70], embora Pörn o discuta de maneira diferente.

Utilizando um contexto semântico muito similar[53], Nuel Belnap propõe o operador $STIT_x$ [Belnap 91a, 91b; Belnap & Perloff 89, 93][54] para representar o conceito de acção, em que expressões da forma $STIT_x A$[55] são lidas por "x assegura A". A caracterização semântica deste operador segue intuitivamente a ideia "o facto presente A é garantido por uma escolha prévia de x" e baseia-se na introdução de agentes na estrutura temporal, através da noção *escolha de um agente*.

[52] Note-se que o esquema (T) é válido na semântica proposta por Chellas devido à imposição da reflexibilidade das relações R^x_t.

[53] Como foi dito, utiliza-se aqui a notação utilizada por Chellas em [Chellas 92] para apresentar a teoria de Belnap. Contudo na caracterização semântica proposta por Belnap utilizam-se diferentes primitivas semânticas (veja-se e.g. [Belnap & Perloff 89, 93; Belnap 91a, 91b]). Enquanto que Chellas utiliza a noção *instante* como primitiva, Belnap utiliza como primitiva a noção *momento*. Belnap constrói histórias através da relação "mais cedo que" entre momentos. Para Belnap, instante é uma colecção maximal de *momentos*, nenhum dos quais relacionados com os restantes pela relação "mais cedo que".

[54] Franz von Kutschera [Kutschera 86] propôs uma teoria similar e anterior à proposta por Nuel Belnap; no entanto Belnap tem sido o responsável pela divulgação desta abordagem. Para uma discussão detalhada das diferenças entre estas duas teorias veja-se [Horty & Belnap 93].

[55] Belnap utiliza expressões da forma [x stit: A].

Ao contrário de Chellas, Belnap exige que se utilize o momento[56] presente no relacionamento entre histórias. Histórias com o mesmo presente e passado no instante *t* são relacionadas pela relação de equivalência entre histórias, $\equiv_t$:

(def. $\equiv_t$) h $\equiv_t$ h' sse h(t') = h'(t'), em todo o instante t' ≤ t.

Por outro lado, Belnap impõe também que a estrutura temporal seja apenas ramificada para o futuro (i.e. que em cada momento apenas se considerem histórias com o mesmo passado):

(R1) se h(t) = h'(t), então h $\equiv_t$ h'

A Figura 3-1 ilustra a estrutura temporal proposta por Belnap.

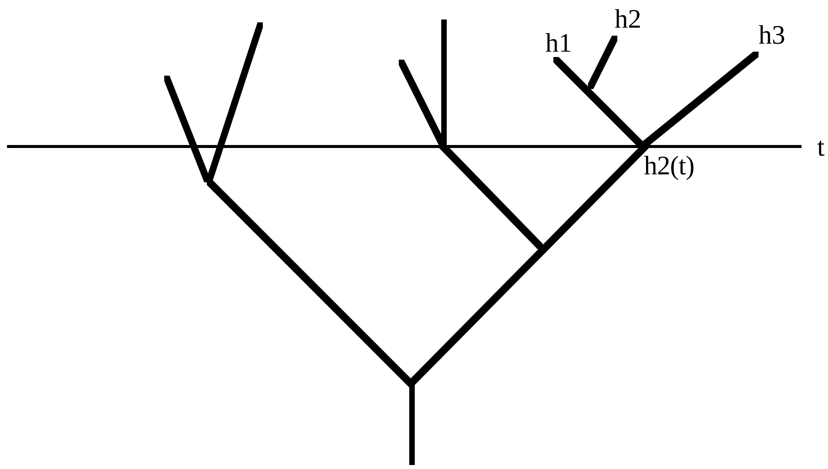

Figura 3-1: Estrutura temporal - instantes, momentos e histórias

A noção *escolha de um agente* é o elemento central da caracterização semântica do conceito de acção na teoria proposta por Belnap. Uma *escolha de um agente* x num momento *h(t)* (o “ponto de escolha”, na terminologia utilizada por Belnap) é definida por um conjunto não vazio de histórias *h'* passando nesse momento (i.e. h'$\equiv_t$h). Todas as (possíveis) escolhas do agente x no momento *h(t)* constituem uma partição do conjunto de todas as histórias *h'* passando nesse momento, i.e. uma partição produzida pela relação de equivalência C^x_t, com a seguinte leitura:

---

[56] A noção *momento* utilizada por Belnap desempenha um papel similar ao papel dos *estados de coisas* na semântica de Chellas. Adopta-se portanto a seguinte definição: dada uma história *h* e um instante *t*, *h(t)* representa um *momento* na história *h* no instante t.

(def.C^x_t) $C^x_t(h, h')$ sse "as histórias h e h' estão juntas numa escolha de x em t"

Belnap impõe ainda as seguintes restrições nas escolhas de um agente x:

(R2) se $C^x_t(h, h')$, então $h \equiv_t h'$
(R3) se $t' < t$, então (se $h \equiv_t h'$, então $C^x_{t'}(h, h')$)

e a seguinte restrição adicional para as escolhas de todos os agentes: para todos o agentes x e y, todas as histórias h' e h'' e todo o instante t,

(R4) se $h' \equiv_t h''$, então existe $h \equiv_t h'$ tal que $C^x_t(h, h')$ e $C^y_t(h, h'')$

A restrição (R2) é utilizada para caracterizar que em cada instante apenas são consideradas nas escolhas de um agente as histórias com o mesmo passado e presente nesse instante ("relevância histórica"). A restrição (R3) é utilizada para caracterizar que em cada instante as histórias que se ramificam mais tarde têm que estar juntas numa escolha do agente nesse instante ("nenhuma escolha entre histórias indivisíveis"). A restrição (R4) é utilizada para caracterizar que a intersecção de qualquer combinação de escolhas feitas por agentes diferentes, exactamente no mesmo momento, devem incluir pelo menos uma história ("alguma coisa acontece" ou "independência das escolhas").

A noção de verdade num instante t na história h para expressões da forma $STIT_x A$ é definida por Belnap da seguinte forma:

(def.Belnap) $h, t \models STIT_x A$ sse existe um instante $t' < t$, tal que:
(1) $h', t \models A$ para toda a história h', tal que $C^x_{t'}(h, h')$, e
(2) $h'', t \not\models A$ para alguma história h'', tal que $h \equiv_{t'} h''$

Note-se que o conceito de acção é aqui caracterizado de modo muito similar ao utilizado por Kanger e Pörn, i.e., através da utilização de duas condições, uma positiva e outra negativa. A condição positiva expressa que A verifica-se em todos os momentos do instante t cuja história pertence à escolha do agente x num momento anterior h(t'), i.e. a ideia "A é garantido por uma escolha prévia de x". A condição negativa expressa que deve existir um momento no instante t, cuja história passa pelo momento h(t'), em que A não se verifica, sugerindo a ideia "a escolha do agente x no momento h(t'), é de facto uma escolha", i.e. não se dá o caso de A se verificar independentemente da escolha do agente x no momento h(t').

Para ilustrar as ideias utilizadas nesta definição, Belnap utiliza o seguinte diagrama:

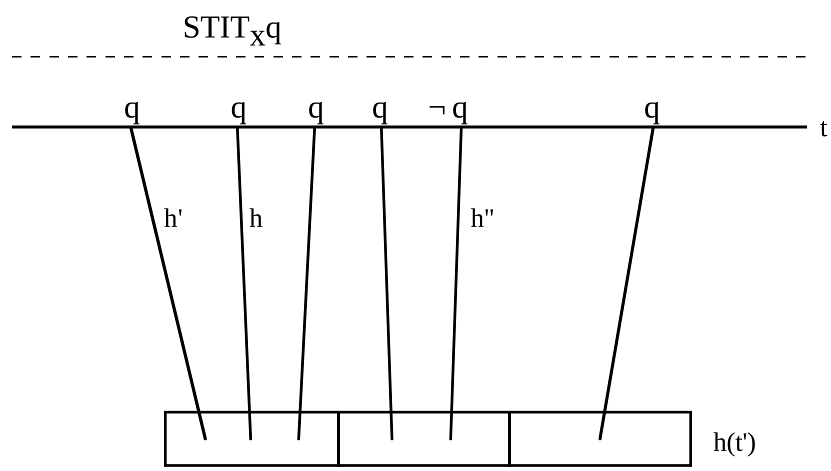

Figura 3-2: STIT - diagrama simples

O rectângulo do diagrama representa o ponto de escolha - momento - h(t'), com três escolhas possíveis do agente x nesse momento. No caso em que se avalia $STIT_x q$ no momento h(t), a escolha do agente x é representada pelo sub-rectângulo da esquerda. Nesse caso $STIT_x q$ é verdadeiro pois q verifica-se em todos os momentos - h'(t) - cuja história pertence à escolha do agente x no momento h(t'). Por outro lado, caso o agente tivesse feito a escolha representada pelo sub-rectângulo do meio, então existiria em t um momento - h''(t) - em que q não se verificaria.

Como resultado da definição (def.Belnap), as restrições semânticas atrás referidas permitem obter como válidos os seguintes princípios:

(T)	$STIT_x A \rightarrow A$
(C)	$(STIT_x A \wedge STIT_x B) \rightarrow STIT_x (A \wedge B)$
(4)	$STIT_x A \rightarrow STIT_x STIT_x A$
(No)	$\neg STIT_x True$
(REFREF)	$STIT_x A \leftrightarrow STIT_x \neg STIT_x \neg STIT_x A$
(Nocontrol)	$\neg STIT_x STIT_y A \qquad (x \neq y)$
(Q)	$STIT_x STIT_y A \rightarrow STIT_x A$

Note-se que a restrição (R4) - "alguma coisa acontece" - é a principal responsável pela obtenção do esquema (Nocontrol). As restrições (R2) - "relevância histórica" - e (R3) - "nenhuma escolha entre histórias indivisíveis" - permitem obter como válido o esquema (Q) (veja-se a demonstração da validade destes esquemas em [Chellas 92]). Finalmente, a componente negativa utilizada na definição (def.Belnap) permite obter como válido o esquema (No).

Note-se ainda que, seguindo a leitura proposta por Belnap para expressões da forma $STIT_X\neg STIT_X\neg STIT_X A$, "x abstém-se de se abster de fazer A", (REFREF) impõe que não se considera qualquer distinção entre "x abstém-se de se abster de fazer A" e "x assegura A".[57]

Embora a teoria "STIT" de Nuel Belnap apresente um modelo semântico muito intuitivo na caracterização do conceito de acção, esta apresenta no entanto vários problemas. O esquema (Nocontrol) exclui à partida algumas noções de *controlo* na teoria "STIT" (veja-se a caracterização de *controlo* apresentada na subsecção 3.2). Por outro lado, embora a lógica proposta por Belnap permita obter também como válido o esquema (Q), note-se que este é trivialmente satisfeito para $x\neq y$, em virtude do esquema (Nocontrol).

Por outro lado, Elgesem (veja-se [Elgesem 93]) apresenta também críticas relativamente à componente negativa utilizada na definição (def.Belnap) e relativamente aos esquemas válidos obtidos na teoria "STIT", a saber, os esquemas (4) e (REFREF). Estes aspectos serão discutidos na próxima subsecção.

3.3.3 A Lógica de Acção de Dag Elgesem

A lógica proposta por Dag Elgesem [Elgesem 93] para a caracterização do conceito de acção é abordada essencialmente em termos semânticos, através da introdução da noção teleológica "objective goal directedness" proposta por Sommerhoff [Sommerhoff 69] e respectiva caracterização em termos de *mundos possíveis*. Como resultado, Elgesem consegue introduzir na semântica uma explicação mais informativa - i.e. não "circular" - do conceito de acção, nomeadamente a explicação do conceito de acção baseada na ideia de *exercício de uma habilidade*.

A noção "objective goal directedness" é proposta por Sommerhoff para representar a habilidade de um organismo para *manter* um estado-objectivo/alvo durante a realização da acção, mais concretamente, a habilidade de um organismo de efectuar ajustamentos compensatórios durante a realização da acção - face a variações do ambiente - mantendo assim *directamente correlacionados* os estados do meio ambiente e as acções compensatórias com o estado-objectivo para a qual a acção é direccionada. Esta é, segundo Sommerhoff, a característica abstracta básica dos

[57] Note-se no entanto que em [Belnap 91b], Belnap propõe a ideia de "agentes ocupados em escolhas" para caracterizar acções que exibem uma sequência de escolhas de um agente. Essas acções são formalizadas por Belnap através da caracterização semântica de "sequências de escolhas". Nessa teoria não se verifica $STIT_X\neg STIT_X\neg STIT_X A\rightarrow STIT_X A$.

organismos vivos, cujas actividades de adaptação são orientadas para objectivos através da percepção de informação do meio ambiente - mesmo sem estarem necessariamente conscientes desses objectivos (daí que no termo “objective goal directedness” a palavra “directedness” seja adjectivada de “objectiva”). De acordo com esta perspectiva, agir é exercitar essa habilidade.

Para analisar o fenómeno acima descrito, Sommerhoff propõe três critérios/condições que uma “actividade directamente correlacionada com um objectivo” deve satisfazer: *sucesso*, *evitabilidade* e *não-acidente*. O critério *sucesso* expressa que em tais actividades a obtenção do estado-objectivo depende da satisfação de uma condição expressando inter-relações particulares entre as actividades do organismo e o meio ambiente (esta condição depende do objectivo em questão e é denominada por Sommerhoff por *condição focal*). O critério *evitabilidade* expressa que devem existir estados em que os objectivos não são atingidos, i.e. a *condição focal* não pode ser trivialmente satisfeita. Finalmente, o critério *não-acidente* expressa que tais actividades devem ser a manifestação de uma capacidade do organismo, i.e. o estado-objectivo teria sido produzido - ou seja, a *condição focal* teria sido satisfeita - mesmo em situações alternativas que exigissem outro tipo de ajustamentos compensatórios por parte do organismo.

A semântica proposta por Elgesem é baseada nos modelos mínimos de Chellas, através da introdução de funções f_x:W$\times 2^W \rightarrow 2^W$, em que $f_x(\alpha,X)$ representa o conjunto de mundos em que o agente x realiza a sua habilidade de produzir o objectivo denotado por X - relativamente a um mundo actual α.

As noções teleológicas anteriores são introduzidas neste contexto semântico através da adopção do seguinte princípio: a *condição focal* do objectivo denotado por X é satisfeita nos mundos em que o agente x realiza a sua habilidade de produzir o objectivo X, i.e.

(C0) $\beta \in f_x(\alpha, X)$ sse a condição focal (do objectivo X) é satisfeita em β

A caracterização da expressão “a condição focal (do objectivo X) é satisfeita em β” é representada pela satisfação da *condição focal* $p^X(g_x(\beta),h(\beta))=0$, para alguma função p^X relacionada com o objectivo (denotado por) X, que correlaciona os valores das variáveis de acção (do agente x) e do meio ambiente no mundo β, denotados respectivamente por $g_x(\beta)$ e $h(\beta)$.[58]

---

[58] Adaptou-se nesta exposição o nível de detalhe formal utilizado por Elgesem na sua abordagem introdutória à caracterização das noções teleológicas propostas por Sommerhoff. Elgesem formaliza mais detalhadamente essas noções, através da adaptação da formulação matemática da noção “correlacão directa” de uma actividade com um objectivo, proposta em [Hilgartner & Randolph 69]. No entanto, nesta dissertação pretende-se apenas salientar os aspectos mais importantes da abordagem lógica apresentada por Elgesem.

Por outro lado, os critérios propostos por Sommerhoff são satisfeitos neste contexto através da imposição das seguintes restrições à função f_X:

(C1) $f_X(\alpha, X) \subseteq X$, para todo mundo α em W e todo o subconjunto X de W

(C2) $f_X(\alpha, W) = \varnothing$, para todo mundo α em W

(C3) se $\alpha \in f_X(\alpha, X)$, então existe $\beta \neq \alpha$ tal que $\beta \in f_X(\alpha, X)$ e $p^X(g_X(\alpha), h(\beta)) \neq 0$

A restrição (C1) torna explícita a ideia de que nos estados em que o agente realiza a sua habilidade de produzir o objectivo, esse objectivo é realizado. Esta restrição, conjuntamente com o princípio (C0), permitem caracterizar completamente o critério de *sucesso*.

A restrição (C2) permite representar o critério de *evitabilidade*, no sentido de que o objectivo representado por W - i.e. o objectivo realizado em todos os mundos - não pode ser produzido por nenhum organismo, independentemente do estado em que o organismo se encontra. Repare-se que a restrição (C2) implica as seguintes restrições,

(C2a) $f_X(\alpha, X) \neq W$, para todo mundo α em W e todo o subconjunto X de W [59]

(C2b) se $f_X(\alpha, X) \neq \varnothing$, então existe β tal que $\beta \in (W - X)$

que expressam mais claramente a condição exigida no critério *evitabilidade*: Note-se ainda que outra maneira alternativa de obter as duas restrições anteriores consistiria na adopção da seguinte restrição sobre a condição focal:

(C2c) A equação $p^X(g_X(\beta), h(\beta)) = 0$ expressa a condição focal para o objectivo X sse existe δ em W tal que $p^X(g_X(\delta), h(\delta)) \neq 0$

A restrição (C3) permite também expressar uma importante noção de evitabilidade ainda não referida: o comportamento do agente deve ser *instrumental* na produção do resultado, i.e. se o agente não tivesse agido como agiu para produzir o objectivo, então esse objectivo poderia não ter sido obtido. Esta ideia é capturada pela restrição (C3), uma vez que esta restrição impõe a existência de situações alternativas em que o agente produz o objectivo, mas em que o seu comportamento actual não seria adequado à produção desse objectivo nessas situações alternativas.

Finalmente, (C0) e (C3) permitem caracterizar o critério *não-acidente*, uma vez que conjuntamente expressam a existência de situações alternativas que exigem acções compensatórias

[59] Aqui é também necessário considerar a restrição (C1).

diferentes, por parte do agente, para a obtenção do objectivo. Consequentemente, essas diferenças de comportamentos exibem a manifestação da capacidade do agente.

Elgesem expressa a noção “x produz” através do operador modal proposicional $Does_X$, e define a noção de verdade num mundo α de um modelo M para expressões da forma $Does_X A$ por:

(definição.Elgesem) $M,\alpha\models Does_X A$ sse $\alpha\in f_X(\alpha, \|A\|)$

i.e. “x produz A” é expresso em termos de “a actividade do agente x está actualmente - no mundo α - directamente correlacionada com o objectivo A”.

Por outro lado Elgesem distingue ainda “actividades directamente correlacionadas com um objectivo”, actuais e potenciais, interpretando as últimas como habilidades e tornando-as explícitas através da introdução do operador modal proposicional $Ability_X$, definido por:

(definição.Ability) $M,\alpha\models Ability_X A$ sse $f_X(\alpha, \|A\|) \neq \emptyset$

As restrições semânticas atrás referidas permitem obter como válidos os seguintes princípios:

(P1) $Does_X A \rightarrow A$

(P2) $Does_X A \rightarrow Ability_X A$

(P3) $\neg Ability_X True$

que caracterizam na linguagem o critério *sucesso* e parte dos critérios *não-acidente* e *evitabilidade*. Note-se que (P2) expressa apenas a ideia presente no critério *não-acidente*: agir é manifestar uma capacidade. Por outro lado, (P3) expressa a ideia presente no critério *evitabilidade*: nenhum agente é capaz de produzir o estado-objectivo realizado em todos os mundos, independentemente do estado em que o agente se encontra. De fora ficam duas ideias importantes de não-acidente e de evitabilidade, respectivamente: “a capacidade de o agente produzir o objectivo, em face de variações significativas do meio ambiente” e “se o agente não tivesse agido como agiu quando produziu o objectivo, então o objectivo não teria sido produzido”.[60]

Como resultado da semântica proposta, Elgesem obtém para o operador $Does_X$ um sistema modal proposicional do tipo ECTNo.

[60] Elgesem introduz outros operadores para obter na linguagem a caracterização completa dos critérios *não-acidente* e *evitabilidade*. No entanto, esses operadores não serão referidos nesta exposição, uma vez que não serão necessários para discutir aspectos essenciais da noção de acção.

Note-se que o esquema (C) é obtido pela imposição da restrição adicional: para todo mundo α em W e todos os subconjuntos X e Y de W:

(C4) $f_X(\alpha, X) \cap f_X(\alpha, Y) \subseteq f_X(\alpha, X \cap Y)$

Elgesem justifica esta restrição por interpretação da dimensão de $f_X(\alpha,X)$ como medida de habilidade do agente x. Segundo Elgesem, quantos mais elementos tiver esse conjunto, mais capacidade exibe esse agente para alcançar o objectivo denotado por X. Elgesem adopta nessa interpretação uma hipótese importante: a hipótese de que os mundos em $f_X(\alpha,X)$ representam variações significativas do meio ambiente. Deste modo, quanto maior for a dimensão de $f_X(\alpha,X)$, maior é o número de comportamentos potenciais diferentes que o agente x pode evidenciar na obtenção do objectivo X. Consequentemente, cada situação em $\beta \in f_X(\alpha,X) \cap f_X(\alpha,Y)$ tem associado o mesmo comportamento do agente x, quer para obtenção do objectivo X, quer para a obtenção do objectivo Y, ou seja para obtenção simultânea dos dois objectivos, i.e. $\beta \in f_X(\alpha,X \cap Y)$.

As noções teleológicas apresentadas são utilizadas por Elgesem para criticar as lógicas de acção propostas por Kanger/Pörn e por Belnap[61]. Elgesem argumenta que a condição negativa utilizada por aqueles autores para representar a noção de acção é demasiado forte, no sentido em que colapsa duas importantes distinções de evitabilidade relevantes na caracterização do conceito de acção: (1) *se o agente x não tivesse agido como agiu, então o resultado obtido poderia ter sido evitado*, i.e. *o comportamento do agente que produz um objectivo é instrumental na produção desse objectivo*; e (2) *o agente não pode produzir objectivos trivialmente realizados*. Enquanto que a primeira ideia está relacionada com o comportamento do agente, a última é no entanto independente desse comportamento. Mas quer Kanger e Pörn, quer Belnap, tratam simultaneamente as duas distinções (nas respectivas condições negativas), pelo que não conseguem destrinçar estas duas noções.

Por outro lado, a semântica apresentada por Elgesem permite-lhe ainda explorar outras noções e respectivos relacionamentos com o conceito de acção. Em particular, merecem ser destacadas as noções de *independência* e *oportunidade* (relativamente a um agente), uma vez que introduzem na lógica outras distinções relevantes que permitem a Elgesem criticar os esquemas (REFREF) e (4) existentes na teoria de Belnap (veja-se [Elgesem 93], páginas 89-93).

Elgesem propõe a seguinte definição do operador Independently_X e do seu dual Opportunity_X, em que expressões da forma $\text{Independently}_X A$ e $\text{Opportunity}_X A$ são lidas respectivamente por “A é independente da acção de x” e “existe uma oportunidade de A, para o agente x”:

[61] As críticas apresentadas por Elgesem são baseadas na reconstrução das lógicas propostas por Kanger/Pörn e por Belnap no contexto semântico proposto por Elgesem.

(definição.Indep) $\quad M,\alpha\vDash \text{Independently}_X A \quad$ sse $\quad \alpha\in((W-f_X(\alpha,\|A\|))\cap\|A\|)$

(definição.Opport) $\quad M,\alpha\vDash \text{Opportunity}_X A \quad$ sse $\quad \alpha\notin((W-f_X(\alpha,W-\|A\|))\cap(W-\|A\|))$

Estas definições, permitem obter como válidos os seguintes princípios:

(P4) $\quad \text{Independently}_X A \leftrightarrow (\neg\text{Does}_X A \wedge A)$

(P5) $\quad \text{Opportunity}_X A \leftrightarrow (\neg\text{Does}_X\neg A \rightarrow A)$

O princípio (P4) segue a intuição da leitura apresentada. O princípio (P5) estabelece que: "existe uma oportunidade de A, para o agente x" significa que "x não evitar A é condição suficiente para a presença de A".

Antes de se passar a enunciar as críticas elaboradas por Elgesem aos esquemas (4) e (REFREF), é importante salientar a utilização dos operadores anteriores na caracterização de noções utilizadas nessas críticas. Note-se que, o operador Opportunity_X permite introduzir na lógica outra distinção relevante de "possibilidade de acção" (para um agente), diferente da noção de *habilidade*, através da utilização de expressões da forma $\text{Opportunity}_X\text{Does}_X A$, para as quais Elgesem propõe a leitura "oportunidade de x fazer A". Por outro lado, Elgesem propõe ainda para expressões da forma $\text{Opportunity}_X\text{Does}_X\neg\text{Does}_X A$ a leitura "x poderia ter agido de modo contrário, relativamente à obtenção de A".

Relativamente ao esquema (4), Elgesem critica-o com base na análise da *responsabilidade moral*[62] de um agente x, em situações em que x faz A e em que x não poderia ter agido de modo contrário (relativamente a A), i.e. $\text{Does}_X A\wedge\neg\text{Opportunity}_X\text{Does}_X\neg\text{Does}_X A$. Nestas situações, a atribuição (ao agente x) da *responsabilidade moral* pela obtenção de A depende somente do facto de " 'x fazer A' não ser independente da acção de x", i.e. $\neg\text{Independently}_X\text{Does}_X A$. Ora, na lógica proposta por Elgesem é válido o esquema $(\neg\text{Independently}_X\text{Does}_X A\wedge\text{Does}_X A)\leftrightarrow\text{Does}_X\text{Does}_X A$, e portanto a adopção do esquema (4) impediria a caracterização das distinções salientadas pelo exemplo (uma vez que a adopção do esquema (4) permitiria obter como válido o esquema $\text{Does}_X A\leftrightarrow\text{Does}_X\text{Does}_X A$, e consequentemente - pelo esquema anterior - obter-se-ia como válido o esquema $\text{Does}_X A\leftrightarrow\neg\text{Independently}_X\text{Does}_X A$).

Relativamente ao esquema (REFREF), i.e. $\text{Does}_X A\leftrightarrow\text{Does}_X\neg\text{Does}_X\neg\text{Does}_X A$, Elgesem rejeita ambas as implicações. Uma vez que, na lógica proposta por Elgesem, se obtém como válido o esquema $(\text{Does}_X A\wedge\text{Opportunity}_X\text{Does}_X\neg\text{Does}_X A)\rightarrow\text{Does}_X\neg\text{Does}_X\neg\text{Does}_X A$, i.e. "x faz/produz A implica que x se abstém de se abster de fazer A, somente se x poderia ter agido de modo contrário,

[62] Elgesem utiliza um exemplo apresentado por Frankfurt em [Frankfurt 69], página 830.

relativamente à obtenção de A”, a adopção da implicação da esquerda-para-a-direita de (REFREF) permite deduzir como válido $Does_X A \rightarrow Opportunity_X Does_X \neg Does_X A$, o que evita a caracterização de situações de responsabilidade moral como as descritas no exemplo acima. Por outro lado, a implicação da direita-para-a-esquerda de (REFREF) é rejeitada por Elgesem com base num argumento mais fraco e que incide sobretudo na escolha da seguinte leitura de expressões da forma $Does_X \neg Does_X \neg Does_X A$: “x produz como resultado que não se abstém de fazer A”. Elgesem utiliza como exemplo uma situação caracterizada por fórmulas da forma $Does_X \neg Does_X \neg Does_X A \wedge Independently_X \neg Does_X A$ e conclui a rejeição da implicação da direita-para-a-esquerda de (REFREF) devido ao facto de a sua adopção permitir obter como válido o esquema $Does_X \neg Does_X \neg Does_X A \rightarrow \neg Independently_X \neg Does_X A$, que impede a caracterização anterior.

Finalmente, saliente-se que a lógica proposta por Elgesem permite caracterizar as seguintes doze posições de acção em que o agente se pode encontrar relativamente a um estado de coisas A (compare-se com as posições atómicas de acção apresentadas na secção 3.2):

(E1) $Does_X A \wedge Ability_X \neg A$
(E2) $Does_X A \wedge \neg Ability_X \neg A$
(E3) $Does_X \neg A \wedge Ability_X A$
(E4) $Does_X \neg A \wedge \neg Ability_X A$
(E5) $Ability_X A \wedge Ability_X \neg A \wedge Independently_X A$
(E6) $Ability_X A \wedge \neg Ability_X \neg A \wedge Independently_X A$
(E7) $\neg Ability_X A \wedge Ability_X \neg A \wedge Independently_X A$
(E8) $\neg Ability_X A \wedge \neg Ability_X \neg A \wedge Independently_X A$
(E9) $Ability_X A \wedge Ability_X \neg A \wedge Independently_X \neg A$
(E10) $Ability_X A \wedge \neg Ability_X \neg A \wedge Independently_X \neg A$
(E11) $\neg Ability_X A \wedge Ability_X \neg A \wedge Independently_X \neg A$
(E12) $\neg Ability_X A \wedge \neg Ability_X \neg A \wedge Independently_X \neg A$

As posições apresentadas salientam sem dúvida o poder expressivo adicional obtido com as noções de acção propostas por Elgesem. Mais, note-se que a utilização nesta lógica do operador $Opportunity_X$ permite ainda caracterizar outras noções de controlo (veja-se a caracterização de *controlo* apresentada na secção 3.2) relacionadas com a caracterização de situações caracterizadas por Rescher em [Rescher 69], a saber: *controlo completo* relativamente a A, caracterizado por $Opportunity_X Does_X A$; e *controlo parcial* relativamente a A, caracterizado (e.g. para dois agentes x e y) por $Opportunity_X Does_X Opportunity_y Does_y A \wedge Opportunity_y Does_y Opportunity_X Does_X A$, i.e. a oportunidade mútua de dar ao outro agente a oportunidade de fazer A. Veja-se [Elgesem 93], páginas 94-96.

4. Interacção entre Agentes em Organizações

Neste capítulo é introduzido o conceito de *responsabilidade organizacional*. Este conceito é essencialmente entendido como uma obrigação atribuída a um agente para obter resultados específicos, mas em que os resultados prescritos podem ser eventualmente obtidos por *via indirecta*, i.e. através da utilização de outros agentes.

Na secção 4.1 defende-se que esta concepção se adequa ao tratamento de responsabilidades utilizadas em organizações. Por outro lado, argumenta-se que, para caracterizar estas responsabilidades de modo simples, é necessária a introdução de uma noção de acção - suficientemente abstracta - capaz de expressar o comportamento dos agentes mas sem referir as suas acções concretas. Conclui-se esta secção propondo a caracterização formal do conceito de *responsabilidade organizacional* através da utilização da combinação de dois operadores modais - um de obrigação e outro de acção - seguindo a mesma estratégia adoptada pelos autores mencionados na secção 3.2. No entanto, ao contrário desses autores, o operador de acção utilizado nesta caracterização denota essencialmente a noção de *acção indirecta*.

Nas secções seguintes a discussão centrar-se-á em torno da caracterização de conceitos de acção e do seu inter-relacionamento. Repare-se que embora se proponha a utilização de um operador de obrigação na caracterização do conceito de *responsabilidade organizacional*, não se analisará aqui logicamente a componente deôntica, por esta estar fora do âmbito das contribuições propostas nesta dissertação. No que se segue, utilizar-se-á apenas o operador de obrigação O, em que expressões da forma OA serão lidas por "A é obrigatório", deixando no entanto em aberto a sua caracterização.[63]

Na secção 4.2 procede-se à caracterização formal dos conceitos de *acção directa* e *acção indirecta* e discutem-se as suas diferenças e semelhanças. Finaliza-se esta secção salientando o poder expressivo adicional obtido pela introdução destes conceitos de acção e ilustrando a sua utilização na descrição de actividades organizacionais envolvendo múltiplos agentes, bem como o seu relacionamento com a satisfação de responsabilidades organizacionais.

Na secção 4.3 discutem-se os problemas envolvidos na representação detalhada de actividades organizacionais e seu relacionamento com o nível de abstracção introduzido pelo conceito de acção indirecta. A resolução destes problemas exige que se introduzam princípios de "transmissão da

[63] O estudo da lógica de um tal operador tem sido alvo de grande investigação, veja-se e.g. [Jones & Pörn 85, 86; Hilpinen 71, 81; Meyer & Wieringa 93; Jones & Sergot 94; Brown & Carmo 96; Carmo & Jones 97; ∆eon'98].

acção”. No entanto, salienta-se que os princípios de “transmissão da acção” a adoptar dependem das organizações em análise. Por outro lado, é proposta a noção adicional de “acção directa de influência”, a fim de discutir com generalidade os actos de “exercício de influência de um agente sobre outro”. Finalmente, passa-se a discutir os princípios de “transmissão da acção” e propriedades adicionais dos actos de “exercício de influência de um agente sobre outro” que serão utilizados na classe de organizações analisadas no capítulo 5.

Finalmente, na secção 4.4, caracteriza-se detalhadamente o sistema lógico proposto (que se denominará de $Lact_N$) e estudam-se as suas propriedades. A lógica LactN incidirá apenas nos conceitos de acção, e seus inter-relacionamentos, propostos nas secções anteriores.

4.1 A Noção de Responsabilidade Organizacional

Todas as organizações são suportadas, implícita ou explicitamente, por uma *estrutura de base* que estipula para os seus agentes membros, entre outras coisas, a atribuição de tarefas a esses agentes, os padrões de interacção entre eles e os seus mecanismos de coordenação. Esta estrutura evidencia o modo como a organização proporciona a *divisão do trabalho* (veja-se a este respeito, e.g. [Mintzberg 79; Tosi 84; Robbins 87; Hodge & Anthony 88]) necessária à obtenção dos seus objectivos organizacionais, de acordo com as políticas e estratégias utilizadas pela organização. O trabalho dividido deste modo é agrupado em diferentes posições operacionais e de coordenação/gestão, sendo estas posições atribuídas aos indivíduos/agentes (ou mesmo a grupos de agentes) através da utilização de responsabilidades. Este conceito de responsabilidade envolve usualmente obrigações que os membros da organização devem cumprir, de acordo com os padrões de interacção e os mecanismos de coordenação existentes.[64] Por um lado, agentes em posições operacionais cumprem as suas obrigações agindo de acordo com as suas capacidades, e por outro lado, agentes em posições de coordenação/gestão cumprem as suas obrigações assegurando que certos resultados são obtidos *via* outros agentes, utilizando os procedimentos organizacionais existentes ou criando novos procedimentos, delegando responsabilidades, etc. Apesar de as situações variarem de acordo com o grau de “formalização” adoptado por cada organização, uma característica comum destas obrigações é a de que elas referem muitas vezes os resultados específicos a serem obtidos na organização, *sem entrarem em detalhes relativamente às acções concretas que devem ser realizadas para obter esses resultados*. De facto, as acções concretas que devem ser realizadas para cumprir essas obrigações dependem fundamentalmente da *estrutura de*

---

[64] Mais concretamente, este conceito de responsabilidade envolve muitas vezes obrigações condicionais, i.e. obrigações que só se tornam efectivas quando é satisfeita uma determinada condição.

base da organização (e.g., estrutura de poder, decomposição de tarefas), e até de circunstâncias específicas (e.g., disponibilidade de agentes e recursos).

No que se segue, utiliza-se o termo *responsabilidade organizacional* para denominar a noção de responsabilidade que acabou de ser discutida.[65] As considerações acima sugerem que, para caracterizar o conceito *responsabilidade organizacional* de modo simples e abstracto, é necessária uma noção de acção capaz de expressar o comportamento dos agentes sem referir as suas acções concretas. De facto, a inclusão da descrição detalhada das acções concretas na representação de responsabilidades organizacionais conduz inevitavelmente a especificações desnecessariamente complicadas.

A fim de ilustrar este argumento, considere-se o seguinte exemplo de uma organização muito simples, representada pelo diagrama da Figura 4-1, apresentando uma hierarquia com quatro agentes: *a* e *b* em posições de gestão e *c* e *d* em posições operacionais. Assume-se que o agente *a* tem alguma influência efectiva (i.e., poder directo) sobre o agente *b* relativamente a qualquer acção que este agente seja capaz de executar e que o agente *b* tem um poder semelhante sobre os agentes *c* e *d*, mas que o agente *a* não tem nenhum poder directo sobre os agentes *c* e *d* (representado pela ausência de setas ligando o agente *a* aos agentes *c* e *d*). Assume-se também que os agentes *c* e *d* têm ambos a capacidade para produzir *p* (mas nenhum dos agentes *a* e *b* têm esta capacidade).[66]

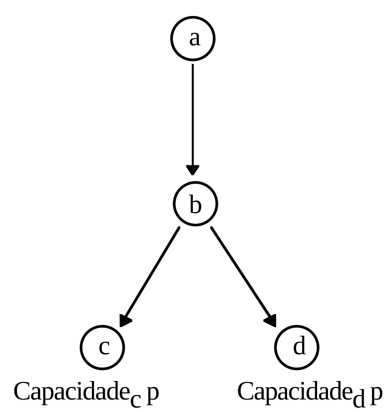

Figura 4-1: Diagrama de uma organização: exemplo introdutório

---

[65] Note-se que a palavra "responsabilidade" pode denotar diferentes significados. Por exemplo, na área do Direito, utiliza-se o termo técnico "responsabilidade civil" para representar situações jurídicas resultantes da violação de um *direito* de outra pessoa. Pessoas incorrendo em responsabilidade civil têm a obrigação de indemnizar o portador do direito violado (veja-se, e.g. [Pinto 76]).

[66] O conceito "capacidade" é utilizado nesta dissertação de modo análogo ao conceito "habilidade" introduzido por Elgesem (veja-se subsecção 3.3.3). No entanto, pretende-se estabelecer a diferença entre habilidades consideradas formais na organização (aqui denominadas por capacidades) e as habilidades intrínsecas dos agentes.

Suponha-se que se pretende especificar que o agente *a* tem a responsabilidade (organizacional) de obter *p*, através da inclusão da descrição detalhada das acções concretas que devem ser realizadas de modo a obter *p*. Note-se que, neste exemplo, para que o agente *a* cumpra esta responsabilidade, é necessário que *a* exerça poder sobre o agente *b* para que *b* exerça poder sobre os agentes *c* ou *d*, para que estes produzam *p*. Portanto, para se caracterizar a responsabilidade referida, é importante saber exactamente a forma do exercício de poder do agente *a* e tornar explícito na obrigação atribuída a *a* o exercício desse poder.

Suponha-se, por exemplo, que o exercício de poder toma a forma de “controlo directo”. Os operadores apresentados na secção 3.2 permitem expressar a responsabilidade mencionada por $OE_aE_b(E_cp \vee E_dp)$. Por outro lado, assumindo que o exercício de poder toma a forma de “atribuição de obrigações”, poder-se-á ainda considerar a expressão $OE_aOE_b(OE_cp \vee OE_dp)$ como uma caracterização aceitável da responsabilidade de *a* para obter *p*. Finalmente, suponha-se que o exercício de poder pode tomar as duas formas anteriores. Nesse caso, a responsabilidade de *a* seria expressa por $OE_a(E_b(E_cp \vee E_dp \vee OE_cp \vee OE_dp) \vee OE_b(E_cp \vee E_dp \vee OE_cp \vee OE_dp))$. Adicione-se ao exemplo mais detalhes organizacionais, e.g. mais “degraus” na hierarquia, ou inclua-se a possibilidade de o exercício de poder envolvido assumir muitas outras formas, e encontrar-se-á dificuldades na tentativa de caracterizar completamente tais responsabilidades. Portanto - e isto é um ponto central nesta discussão - conclui-se a necessidade de expressar estas responsabilidades de modo mais abstracto.

Então, de que modo é que as obrigações representando responsabilidades organizacionais podem ser caracterizadas? Dada a discussão anterior, e seguindo a mesma estratégia adoptada pelos autores mencionados na secção 3.2 para caracterizar obrigações atribuídas a um agente - i.e. por combinação de dois operadores modais, um de obrigação e outro de acção - pode-se concluir que a caracterização formal de responsabilidades organizacionais exige que se adopte uma noção de acção que represente, de modo mais abstracto, a realização de resultados por via indirecta, i.e. uma noção de “acção indirecta”.

Sugere-se portanto a introdução explícita da noção de “acção indirecta”. Concretamente, pretende-se denominar por “acção indirecta”, as acções iniciadas por um agente e que podem ser realizadas com a ajuda/participação de outros agentes[67]. Tem-se especialmente em mente a forma usual com que os agentes de uma organização participam nas tarefas organizacionais não rotineiras: eles são comandados/influenciados a realizar tarefas (ou sub-tarefas), e por seu lado podem executar essas tarefas e/ou comandar/influenciar outros agentes para as realizar. Por isso, pode

---

[67] Contudo, na caracterização do conceito de “acção indirecta” não se excluirá a hipótese de o agente em questão realizar estas acções sozinho, i.e. sem a participação de outros agentes.

dizer-se que estas acções “indirectas” obtêm os resultados pretendidos através de uma cadeia de influências/comandos com sucesso.

Para representar “acções indirectas” propõe-se a utilização de um operador modal (indexado a agentes) G_X, em que expressões da forma G_XA são lidas por “o agente x assegura A”. Utilizando este operador, a expressão “o agente x é responsável por A” pode agora ser representada por OG_XA, para algum operador de obrigação apropriado - O. Voltando ao exemplo da Figura 4-1, a responsabilidade atribuída ao agente *a* para obter *p* pode ser representada por OG_ap.

A caracterização completa de “acções indirectas” será discutida nas próximas secções. Explicita-se ainda a noção de “acção directa”, i.e. acções realizadas por um agente mas sem a participação de outros agentes (através do operador modal E_X). É argumentado que ambas as distinções são úteis e que nenhuma das lógicas de acção apresentadas anteriormente as considera em simultâneo, mantendo-se algumas dessas lógicas neutrais relativamente a esta distinção.

4.2 Acção Directa vs. Acção Indirecta

Apresentam-se de seguida as propriedades lógicas dos operadores E_X e G_X, aqui utilizados para representar as noções de “acção directa” e “acção indirecta”, respectivamente. Utilizam-se ainda as seguintes leituras para expressões da forma E_XA e G_XA: respectivamente, “o agente x produz A” e “o agente x assegura A”.

Começando pelas propriedades lógicas do operador de “acção directa” E_X, propõe-se a utilização de um sistema modal clássico proposicional do tipo ECTNo, i.e. uma lógica com os seguintes axiomas-esquema:

(E_X-T) $E_XA \rightarrow A$
(E_X-C) $(E_XA \wedge E_XB) \rightarrow E_X(A \wedge B)$
(E_X-No) $\neg E_X True$

e a regra de inferência:

(E_X-rE) de $A \leftrightarrow B$, infere-se $E_XA \leftrightarrow E_XB$

Relativamente às propriedades lógicas do operador de “acção indirecta” G_X, propõe-se também a utilização de um sistema modal clássico proposicional incluindo os mesmos axiomas-esquema e regra de inferência:

$(G_x\text{-T})$ $G_xA \to A$

$(G_x\text{-C})$ $(G_xA \wedge G_xB) \to G_x(A \wedge B)$

$(G_x\text{-No})$ $\neg G_x True$

$(G_x\text{-rE})$ de $A \leftrightarrow B$, infere-se $G_xA \leftrightarrow G_xB$

O esquema (T) captura a intuição “se o agente x produz (ou assegura) A, então A é realizado”, i.e., E_x e G_x são ambos operadores de “sucesso”. O esquema (C) representa a intuição “tudo aquilo que é produzido/assegurado (pelo agente x) separadamente, também é produzido/assegurado globalmente”. Finalmente, o esquema (No) captura a *condição negativa* referida na secção 3.3. Pode-se portanto afirmar que estes esquemas formam o núcleo das “acções com sucesso” referidas.

Repare-se que se rejeita para ambos os operadores o esquema (M), que representaria a intuição “tudo aquilo que é produzido/assegurado (pelo agente x) globalmente, também é produzido/assegurado separadamente”. A adopção deste esquema excluiria à partida a possibilidade de se considerarem aplicações onde os resultados das acções constituem também objectivos suportados pelos agentes autores dessas acções. Nestes casos, um agente pode e.g. ter o objectivo de produzir $A \wedge B$ globalmente, mas não A e B separadamente. Ora a aceitação do esquema (M) impede que conjunções da forma $E_x(A \wedge B) \wedge \neg E_xA \wedge \neg E_xB$ sejam coerentes.

A grande diferença entre os operadores E e G reside na interacção entre diferentes agentes. Adopta-se para o operador G o axioma-esquema adicional:

$(G_x\text{-Q})$ $G_xG_yA \to G_xA$

Aliás, os comentários apresentados por Pörn (em [Pörn 70]) e por Chellas a propósito do esquema (Q) (veja-se as páginas 48 e 52, respectivamente) sugerem que este esquema deve ser visto como princípio fundamental na caracterização da noção de “acção indirecta”. O esquema $(G_x\text{-Q})$ tem a seguinte leitura intuitiva: “sempre que o agente x assegura que o agente y assegura A, o agente x também assegura A” e marca a diferença fundamental entre as noções de acção “directa” e de acção “indirecta”. Seguindo os comentários apresentados por Pörn a propósito do esquema (Q), G_xA não pode ser interpretado como “x assegura A sozinho”. Mais, uma vez que se pode deduzir o esquema $G_xG_yA \to (G_xA \wedge G_yA)$ - por $(G_x\text{-T})$ e $(G_x\text{-Q})$ - pode concluir-se que cada um dos agentes envolvidos na expressão G_xG_yA asseguram A.

Por outro lado, adopta-se para o operador E, o axioma-esquema adicional:

(EEnoE) $E_xE_yA \to \neg E_xA$ $(x \neq y)$

Este esquema torna explícita a ideia de que expressões da forma E_xA significam que x produz A sozinho (e nesse sentido, *directamente*). Repare-se que se pode manter coerentemente, como instância do esquema (E_x-T), o esquema $E_xE_xA \rightarrow E_xA$. Por outro lado, o esquema (EEnoE) proporciona uma razão importante para se rejeitar o esquema (E_x-4) - i.e. o esquema $E_xA \rightarrow E_xE_xA$ - uma vez que o esquema (E_x-4), juntamente com os esquemas (E_x-T), (EEnoE) e a regra de inferência (E_x-rE), permitem deduzir o seguinte esquema: $E_xE_yA \rightarrow \neg E_xE_yA$.[68] Este é obviamente um esquema a rejeitar na caracterização lógica do operador E, uma vez que excluiria à partida algumas noções de *controlo* (veja-se a secção 3.2), já que $\neg E_xE_yA$ seria um teorema.

Note-se que a caracterização lógica das noções de acção apresentadas pelos autores mencionados na secção 3.3 não traduzem as distinções que aqui se enfatizam. As lógicas em [Kanger 72; Pörn 77; Elgesem 93] não apresentam nenhum dos esquemas anteriores - i.e. (EEnoE) e (G_x-Q) - e portanto pode-se dizer que essas lógicas mantêm-se neutrais relativamente à distinção entre acções "directas" e "indirectas". Apenas o esquema (Q) é adoptado nas lógicas em [Pörn 70; Chellas 69] . No entanto, nessas lógicas, Pörn e Chellas utilizam um sistema normal (i.e., um sistema fechado para as regras de inferência (rN) e (rM)) e portanto as suas lógicas apresentam, como se referiu, alguns resultados contra-intuitivos (veja-se página 47). Esses resultados devem-se essencialmente ao fecho do sistema para a implicação, i.e. (rM). Esta é a razão pela qual se rejeita também o esquema (M) - i.e. $\Box_x(A\wedge B)\rightarrow(\Box_x A\wedge\Box_x B)$ - na caracterização lógica dos operadores E e G. A aceitação de (M), juntamente com (C) e (rE), permitiria gerar (rM).

Note-se ainda que é essencial a rejeição de um sistema normal para o operador E, pois a adopção de (E_x-rM) permitiria deduzir $E_xE_yA \rightarrow E_xA$ ($x \neq y$) - por (E_x-T) - obtendo-se assim um conflito com a ideia básica utilizada na caracterização da noção de acção "directa", i.e. o esquema (EEnoE), com a consequência de impedir noções de controlo directo da forma E_xE_yA (pois ter-se-ia $\vdash \neg E_xE_yA$).

Relativamente ao inter-relacionamento entre os operadores E e G, o esquema seguinte reflecte a ideia "produzir (directamente) é um caso particular de assegurar (directa ou indirectamente)":

(EG) $E_xA \rightarrow G_xA$

No que respeita a outros inter-relacionamentos entre estes dois operadores, propõe-se ainda a adopção dos seguintes princípios:

(EEEG) $E_xE_yA \rightarrow E_xG_yA$

---

[68] Caso se adoptem os esquemas (E_x-4) e (E_x-T), tem-se $\vdash E_yA \leftrightarrow E_yE_yA$. Então, por ($E_x$-rE) deduz-se $\vdash E_xE_yA \leftrightarrow E_xE_yE_yA$. E por (EEnoE), $\vdash E_xE_yE_yA \rightarrow \neg E_xE_yA$. Conclui-se portanto $\vdash E_xE_yA \rightarrow \neg E_xE_yA$.

(GEGG) $G_xE_yA \rightarrow G_xG_yA$

Apesar de se ter rejeitado a regra (rM) - o fecho para a implicação - para E e G, estes dois princípios exibem uma certa forma restrita de fecho. Por exemplo, o esquema (EEEG), que estabelece que "sempre que x produz que y produz A, x também produz que y assegura A", expressa o fecho do operador E para o princípio (EG). Note-se que, destes princípios e dos esquemas anteriores, pode-se deduzir os esquemas $E_xE_yA \rightarrow G_xA$ e $G_xE_yA \rightarrow G_xA$.

As intuições sugeridas para as noções de acção "directa" e "indirecta" podem ainda ser mais concretamente esclarecidas através da nomeação de alguns princípios que não serão considerados nesta lógica. Note-se que se rejeita o esquema $(G_xG_zA \wedge G_zG_yA) \rightarrow G_xG_yA$ como princípio na caracterização lógica da noção de acção "indirecta", uma vez que se concebe situações em que se pode verificar $G_xG_zA \wedge G_zG_yA \wedge \neg G_xG_yA$. Em situações como esta, ambos os agentes x e y participaram numa actividade organizacional para a realização de A, mas nenhum deles assegurou a participação do outro na obtenção de A (o agente x apenas assegurou a participação do agente z, e o agente z a participação de y). Este ponto revela um importante aspecto do significado do operador G_x: o seu argumento apenas refere o objectivo suportado pelo agente x. Note-se também que, apesar de $(G_xA \wedge \neg E_xA) \rightarrow (\exists_y)G_xG_yA$ (para $x \neq y$) parecer natural[69], dadas as intuições sugeridas para as noções de acção "directa" e "indirecta", também não deve ser adoptado como princípio nesta lógica, uma vez que se pretende considerar situações em que o agente x assegura uma certa tarefa A através da produção de algumas das suas sub-tarefas[70] e através do exercício do seu poder (sobre outros agentes) de modo a obter indirectamente as sub-tarefas restantes (aspecto que se abordará no capítulo 7).

Conclui-se esta secção salientando o poder expressivo adicional obtido pela introdução destes operadores e ilustrando a sua utilização na descrição de actividades organizacionais envolvendo múltiplos agentes, bem como o seu relacionamento com a satisfação de responsabilidades organizacionais.

Relativamente ao poder expressivo obtido, a introdução explícita das noções de acção "directa" e "indirecta" permite expressar mais detalhadamente obrigações no que respeita ao envolvimento de outros agentes nos resultados a realizar: OE_xA representando "x está obrigado a produzir A sozinho"; OG_xA representando "x está obrigado a assegurar A (sozinho ou com a ajuda de outros

[69] Note-se que na linguagem da lógica proposta na formalização dos conceitos de acção aqui discutidos não se consideram quantificadores sobre agentes. No entanto, uma vez que se considera apenas um número de agentes finito, o operador $\exists$ pode ser entendido como a abreviatura de uma disjunção.

[70] Está-se aqui a pressupor que nesses casos a tarefa A pode ser representada como uma conjunção, por exemplo de átomos, em que cada um destes denota uma sub-tarefa de A.

agentes)". Nesta abordagem, responsabilidades são apenas obrigações de natureza mais geral. Uma das principais vantagens em adoptar esta perspectiva reside no facto de se poder representar *cumprimento de responsabilidade* do mesmo modo que *cumprimento de obrigação*, i.e. $OG_xA \wedge G_xA$. Note-se que expressões da forma $OG_xA \wedge E_xA$ representam apenas uma forma particular de *cumprimento de responsabilidade*, uma vez que se pode inferir - por (EG) - o esquema $(OG_xA \wedge E_xA) \rightarrow (OG_xA \wedge G_xA)$.

Por outro lado, através da combinação/interacção dos operadores de acção anteriores, podem representar-se algumas noções importantes de *controlo interpessoal* relativamente a A, e.g. E_xE_yA e E_xG_yA para "controlo directo" e G_xE_yA e G_xG_yA para "controlo indirecto". Estes são casos em se pode dizer que o agente x exerce uma "influência com sucesso" no agente y, cujas acções - por sua vez - têm também sucesso.

O poder expressivo adicional pode ainda ser salientado pelo facto de se obter nesta lógica - com os operadores E_x e G_x - cinco *posições-de-acção para um agente*, em vez das três descritas em [Lindal 77; Jones & Sergot 93] para o operador E_x:

(A1) E_xA

(A2) $E_x\neg A$

(A3) $G_xA \wedge \neg E_xA$

(A4) $G_x\neg A \wedge \neg E_x\neg A$

(A5) $\neg G_xA \wedge \neg G_x\neg A$

em que neste caso A5 representa "x encontra-se passivo relativamente a A".

De modo a ilustrar as capacidades de inferência da lógica proposta, considere-se o seguinte exemplo de uma organização com três agentes *a*, *b* e *c*, onde os agentes têm apenas as capacidades indicadas na Figura 4-2. Assume-se também que o agente *a* tem a responsabilidade (obrigação) de garantir *p1∧p2* e que tem influência/poder efectivo sobre os agentes *b* e *c*, relativamente a *p1* e *p2*, respectivamente.

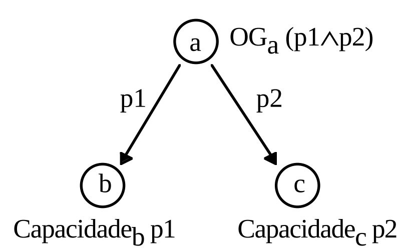

Figura 4-2: Diagrama de uma organização: ilustração das capacidades de inferência

Nesta estrutura organizacional simples, existe apenas uma possibilidade para obter $p1 \wedge p2$: cada agente deve agir de acordo com a suas capacidades. Portanto, para que *a* cumpra a sua responsabilidade, i.e., para que *a* assegure $p1 \wedge p2$, ele deve exercer uma influência com sucesso - i.e. controlo directo - nos agentes *b* e *c* para assegurarem *p1* e *p2*, respectivamente. De facto, os esquemas de axiomas e as regras de inferência propostas para os operadores E e G permitem a seguinte dedução:

$$\{E_a G_b p1, E_a G_c p2\} \vdash G_a(p1 \wedge p2)$$

que é obtida como se segue:[71]

1.	$E_a G_b p1$	hipótese
2.	$G_a G_b p1$	1 e (EG)
3.	$G_a p1$	2 e (G_x-Q)
4.	$E_a G_c p2$	hipótese
5.	$G_a G_c p2$	4 e (EG)
6.	$G_a p2$	5 e (G_x-Q)
7.	$G_a(p1 \wedge p2)$	3, 6, (G_x-C)

4.3 Princípios de Transmissão da Acção e Actos de Influência

As hipóteses usadas na dedução anterior representam a situação mencionada da única forma possível de acordo com os operadores e o nível de abstracção considerados - expressando e.g. a influência com sucesso do agente *a* sobre o agente *b* através da expressão $E_a G_b p1$. Duas importantes questões surgem naturalmente: 1) será essa a única, ou a mais correcta, forma de expressar a noção de influência com sucesso ?; e 2) assumindo que o é (aspecto que retomaremos mais tarde), como é que essa influência com sucesso pode ser derivada de descrições mais concretas da situação em causa ? Se nesta organização for assumido que o exercício de influência é feito através da *atribuição de responsabilidades*, essa suposição levaria a propor o seguinte conjunto de hipóteses como uma descrição mais detalhada e apropriada - através da utilização de actos "directos" na descrição - da situação anterior: $\{E_a OG_b p1, E_a OG_c p2, E_b p1, E_c p2\}$. No

[71] Nas derivações apresentadas ao longo desta dissertação utiliza-se de modo livre (i.e. sem menção explícita) as regras de inferência tautológicas.

entanto, a lógica proposta não permite obter a mesma conclusão anterior deste conjunto de hipóteses.

A razão de ser deste problema (continuando a assumir que se expressa a influência com sucesso do modo indicado) reside no facto de não existir nenhum princípio de "transmissão da acção" relacionando os actos concretos de influência com as outras acções na "cadeia de influências com sucesso" suportando uma "acção indirecta".

Se for aceite, por exemplo, o princípio

(Trans.atrib.resp0) $(E_x O G_y A \wedge G_y A) \rightarrow E_x G_y A$

para representar a "transmissão da acção" envolvida em muitas organizações institucionalizadas (onde influências são exercidas através da atribuição de responsabilidades), então este princípio permitirá a dedução da conclusão esperada da descrição mais concreta apresentada acima, i.e.:

$$\{E_a O G_b p1, E_a O G_c p2, E_b p1, E_c p2\} \vdash G_a(p1 \wedge p2)$$

que é obtida como se segue:

1.	$E_a O G_b p1$	hipótese
2.	$E_b p1$	hipótese
3.	$G_b p1$	2 e (EG)
4.	$E_a G_b p1$	1, 3 e (Trans.atrib.resp0)
5.	$G_a G_b p1$	4 e (EG)
6.	$G_a p1$	5 e (G_x-Q)
7.	$E_a O G_c p2$	hipótese
8.	$E_c p2$	hipótese
9.	$G_c p2$	8 e (EG)
10.	$E_a G_c p2$	7, 9 e (Trans.atrib.resp0)
11.	$G_a G_c p2$	10 e (EG)
12.	$G_a p2$	11 e (G_x-Q)
13.	$G_a(p1 \wedge p2)$	6, 12, (G_x-C)

Contudo o princípio (Trans.atrib.resp0) não deve ser visto como um princípio geral de "transmissão da acção", pela seguinte razão: pode acontecer que o agente x tenha exercido uma influência sobre o agente y para assegurar A, e que o agente y tenha assegurado *A mas não por causa da influência de x*, mas por outra razão qualquer (e.g. porque um terceiro agente z exerceu uma influência sobre y para assegurar A). Não é, nesse caso, duvidoso que se possa concluir que x exerceu uma influência com sucesso sobre y para assegurar A ? A opinião aqui defendida é a de que a resposta a esta pergunta dependerá dos princípios de “transmissão da acção” *adoptados pela organização*. Por exemplo, algumas organizações adoptam como prática usual que as responsabilidades são tidas como cumpridas no caso de os resultados esperados terem sido realizados. Nesse caso, pode-se mesmo adoptar:

(Trans.não.importa) $(OG_x A \wedge A) \rightarrow G_x A$

como uma representação correcta desta política organizacional.

Desta discussão importa reter o seguinte: Uma vez que os princípios de “transmissão da acção” podem variar de organização para organização, dependendo das políticas que elas adoptam, estes princípios não podem obviamente ser considerados com princípios lógicos gerais. A caracterização lógica completa destes princípios será discutida mais à frente no secção 7.2.

Por outro lado, repare-se que a discussão anterior incidiu apenas num caso muito concreto de exercício de influência de um agente sobre outro, i.e. através da atribuição de responsabilidades. Existem porém muitas outras formas de um agente exercer influência sobre outro, e que importa também considerar numa organização, e.g. persuadir/convencer (veja-se a este respeito a caracterização proposta por Pörn em [Pörn 77], página 73). Opta-se portanto, nesta dissertação, por discutir com generalidade estes actos de “exercício de influência de um agente sobre outro”.

Uma das vantagens imediatas desta opção reside no facto de se poder explorar de modo simples as propriedades lógicas gerais deste género de acções, sem entrar em detalhes acerca das propriedades lógicas de outras noções. Por exemplo, repare-se que a caracterização da noção de “atribuição de responsabilidades” é aqui efectuada através de expressões da forma $E_x OG_y A$. A caracterização das propriedades gerais desta noção exigiria portanto o estudo de princípios lógicos adicionais para os operadores E, O e G, envolvidos na expressão $E_x OG_y A$.

Propõe-se portanto a utilização de um operador modal proposicional ${}_xI_y$ (indexado a dois agentes), onde expressões da forma ${}_xI_y A$ são lidas por “x influencia y para assegurar A”. A caracterização lógica básica desta noção geral de actos “directos” de influência é simples, tomando-se como ponto de partida um sistema do tipo EC para o operador ${}_xI_y$, i.e. um sistema baseado na lógica proposicional, e com o seguinte esquema de axiomas:

(${}_xI_y$-C) $({}_xI_y A \wedge {}_xI_y B) \rightarrow {}_xI_y (A \wedge B)$

e a regra de inferência:

$({}_xI_y\text{-rE})$ de $A\leftrightarrow B$, infere-se ${}_xI_yA\leftrightarrow{}_xI_yB$

em que o esquema $({}_xI_y\text{-C})$ captura a intuição: "o agente x influencia y a assegurar tudo o que influenciou isoladamente y a assegurar".

Repare-se que, em geral, este género de actos de influência não têm necessariamente sucesso, i.e. pode acontecer que um agente x atribua uma responsabilidade para obter A a um agente y (ou que x exerça persuasão sobre y para obter A) sem que necessariamente A se realize. Daí que não se tenha incluído o esquema $({}_xI_y\text{-T})$ como princípio na caracterização desta noção. Note-se ainda que, estes actos de influência podem ser contraditórios, e.g. pode acontecer que um agente x atribua simultaneamente responsabilidades a um agente y, para obter A e $\neg A$. Daí que não se tenha incluído também o esquema $({}_xI_y\text{-D})$, i.e. ${}_xI_yA\rightarrow\neg{}_xI_y\neg A$, (nem mesmo o esquema $\neg{}_xI_y\mathrm{False}$) como propriedade geral destes actos "directos" de influência. Este esquema deverá apenas ser considerado em casos em que se imponham "critérios de racionalidade" no exercício de influências.

Relativamente ao inter-relacionamento entre o operador I e os operadores E e G, os seguintes princípios surgem naturalmente:

(Atrib.resp) $E_xOG_yA\rightarrow{}_xI_yA$

(Dir.control) $E_xG_yA\rightarrow{}_xI_yA$

O princípio (Atrib.resp) estabelece que a atribuição de responsabilidades é um caso particular de actos "directos" de influência (ideia básica na introdução deste conceito de influência). O princípio (Dir.control) segue a intuição "o controlo interpessoal ("directo") de um agente sobre outro (veja-se página 71) é um caso particular - de sucesso - de exercícios destas influências".

Foram, até aqui, discutidos os princípios que devem ser considerados como gerais nesta lógica. No que se segue, considerar-se-á princípios adicionais que serão utilizados, nesta dissertação, na análise de organizações. Embora, como foi dito anteriormente, os princípio de "transmissão da acção" dependam das políticas adoptadas por cada organização, e consequentemente não possam ser considerados como princípios lógicos gerais, tem-se especialmente em mente - nesta dissertação - a "transmissão da acção" envolvida em muitas organizações institucionalizadas, onde influências são exercidas através da atribuição de responsabilidades. Serão estas as organizações que se irão especificar e analisar no capítulo 5. Neste contexto, o princípio seguinte de "transmissão da acção" permitirá relacionar os actos concretos de influência com as outras acções na "cadeia de influências com sucesso" suportando uma acção "indirecta":

(Trans.inf) $({}_xI_yA\wedge G_yA)\rightarrow G_xA$

Este princípio tem a seguinte leitura intuitiva "se o agente x exerceu uma influência sobre o agente y para assegurar A e y assegurou A, então o agente x assegurou A", e traduz a ideia que do ponto de vista das organizações a noção de influência com sucesso é capturada pela conjunção ${}_xI_yA \wedge G_yA$.

Note-se que, os esquemas (Trans.inf) e (Atrib.resp), permitem deduzir o esquema:

(Trans.atrib.resp1) $(E_xOG_yA \wedge G_yA) \rightarrow G_xA$

A diferença entre os princípios (Trans.atrib.resp0) e (Trans.atrib.resp1) merece alguns comentários. O princípio (Trans.atrib.resp0) permite concluir que as situações caracterizadas por $E_xOG_yA \wedge G_yA$ "contam para a organização como" se o agente x tivesse exercido um controlo directo sobre y de modo a que este assegurasse A. Pelo contrário, o princípio (Trans.atrib.resp1) permite apenas obter uma conclusão mais fraca, i.e. que as situações caracterizadas por $E_xOG_yA \wedge G_yA$ "contam para a organização como" o agente x assegura A.

Note-se que o esquema (Trans.atrib.resp0) poderia ser obtido se em vez do princípio (Trans.inf) se tivesse optado pelo princípio $({}_xI_yA \wedge G_yA) \rightarrow E_xG_yA$. Neste caso obter-se-ia mesmo a equivalência, uma vez que o esquemas (E_x-T) e (Dir.control) permitem deduzir o esquema $E_xG_yA \rightarrow ({}_xI_yA \wedge G_yA)$. No entanto, intuitivamente E_xG_yA expressa uma noção de controlo mais forte do que a simples influência com sucesso, a qual parece ser captada por ${}_xI_yA \wedge G_yA$.[72]

A adopção do princípio (Trans.inf) na análise de organizações, permite ainda justificar a exclusão de algumas propriedades da lógica do operador I. Em particular, a regra de inferência (${}_xI_y$-rM) deve ser rejeitada, uma vez que (${}_xI_y$-rM) permite deduzir o esquema (${}_xI_y$-M) - i.e. ${}_xI_y(A \wedge B) \rightarrow ({}_xI_yA \wedge {}_xI_yB)$ - e a aceitação de (${}_xI_y$-M) permite algumas inferências que não se pretende em geral nesta lógica, como por exemplo, a seguinte dedução:

$$\{{}_aI_b(p \wedge \neg q),\ {}_aI_c(\neg p \wedge q),\ E_bp,\ E_cq\} \vdash G_a(p \wedge q)$$

que é obtida como se segue:

1.	${}_aI_b(p \wedge \neg q)$	hipótese
2.	${}_aI_bp$	1 e (${}_xI_y$-M)

[72] Como já se referiu atrás, a propósito da discussão de (Trans.atrib.resp0), o facto de se caracterizar a influência com sucesso por ${}_xI_yA \wedge G_yA$ não significa que tal implique que a razão porque y assegurou A se deve à influência de x, mas apenas que x influenciou y para assegurar A e que este o fez, pelo que do ponto de vista pragmático, seguido com generalidade pelas organizações, tal influência teve sucesso.

3.	$E_b p$	hipótese
4.	$G_b p$	3 e (EG)
5	$G_a p$	2, 4 e (Trans.inf)
6.	${}_a I_c(\neg p \wedge q)$	hipótese
7.	${}_a I_c q$	6 e (${}_x I_y$-M)
8.	$E_c q$	hipótese
9.	$G_c q$	8 e (EG)
10.	$G_a q$	7, 9 e (Trans.inf)
11.	$G_a(p \wedge q)$	5, 10 e (G_x-C)

Esta dedução pode ser aceitável em casos onde os agentes podem obter resultados através de influências contraditórias. Pode-se considerar, por exemplo, situações onde *a* influencia *b* para assegurar $p \wedge \neg q$, porque *a* acredita que desta forma *b* assegurará p, ou mesmo situações em que a *a* influencia *b* para assegurar $\neg p$ porque *a* acredita que esta é a maneira de fazer *b* assegurar p. No entanto, no contexto das aplicações que se tem em mente nesta dissertação, expressões da forma ${}_x I_y A$ representam *exercícios de influência em que a expressão A é interpretada como o objectivo suportado pelo agente* x. Neste contexto, a dedução acima é claramente inaceitável. Por isso se rejeita o esquema (${}_x I_y$-M), uma vez que a sua adopção excluiria à partida aquela interpretação.

Mais, não só se adoptará nesta dissertação que expressões da forma ${}_x I_y A$ representam exercícios de influência em que a expressão A é interpretada como o objectivo suportado pelo agente x, como se assume ainda que estes exercícios de influência são utilizados como meios para atingir objectivos de acordo com uma *estratégia racional* que se passa a ilustrar através do seguinte exemplo de uma organização com quatro agentes: *a* numa posição de gestão e *b*, *c* e *d* em posições operacionais. Assume-se que os agentes têm apenas as capacidades indicadas na Figura 4-3, e que *a* tem poder efectivo sobre os restantes agentes relativamente a *p* e *q* (o que é ilustrado no diagrama pondo *p* e *q* como etiquetas das setas).

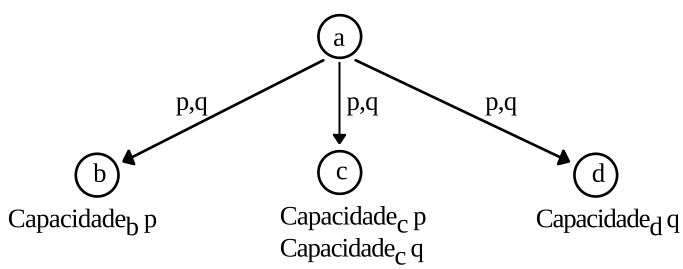

Figura 4-3: Diagrama de uma organização: ilustração da estratégia racional adoptada

Suponha-se que *a* deve assegurar $p \wedge q$. Então existem, entre outras, duas estratégias racionais para *a* assegurar $p \wedge q$: influenciar *b* para assegurar *p* e influenciar *d* para assegurar *q*; ou influenciar *c* para assegurar *p* e *q*. De facto o sistema lógico proposto permite as seguintes deduções:

$$\{{}_aI_bp,\ {}_aI_dq,\ E_bp,\ E_dq\} \vdash G_a(p\wedge q) \qquad \{{}_aI_c(p\wedge q),\ E_cp,\ E_cq\} \vdash G_a(p\wedge q)$$

que são obtidas como se segue:

1.	${}_aI_bp$	hipótese	1.	${}_aI_c(p\wedge q)$	hipótese
2.	E_bp	hipótese	2.	E_cp	hipótese
3.	G_bp	2 e (EG)	3.	E_cq	hipótese
4.	G_ap	1, 3 e (Trans.inf)	4.	$E_c(p\wedge q)$	2, 3 e (E_x-C)
5.	${}_aI_dq$	hipótese	5.	$G_c(p\wedge q)$	4 e (EG)
6.	E_dq	hipótese	6.	$G_a(p\wedge q)$	5 e (Trans.inf)
7.	G_dq	6 e (EG)			
8.	G_aq	5, 7 e (Trans.inf)			
9.	$G_a(p\wedge q)$	4, 8 e (G_x-C)			

Por outro lado, o exercício de influencias ${}_aI_b(p\wedge q)$ e ${}_aI_d(p\wedge q)$ não seriam boas *estratégias racionais*, uma vez que nenhum dos agentes pode satisfazer completamente as influências exercidas (e não há *a priori* nenhuma razão para supor que a satisfação parcial de um influência é melhor que nada). De facto o sistema lógico aqui proposto não permite deduzir $G_a(p\wedge q)$ do conjunto de hipóteses $\{{}_aI_b(p\wedge q),\ {}_aI_d(p\wedge q),\ E_cp,\ E_cq\}$.

A discussão anterior oferece ainda outro argumento para a rejeição do esquema (${}_xI_y$-M) como princípio lógico a considerar para o operador I. A adopção do esquema (${}_xI_y$-M) excluiria à partida a possibilidade de se considerarem aplicações onde uma influência da forma ${}_xI_y(A\wedge B)$ representasse o exercício de influência de x (sobre y) com o objectivo de obter $A\wedge B$, mas não com o objectivo de obter A sozinho, i.e. nessas situações a conjunção seguinte deverá ser coerente: ${}_xI_y(A\wedge B)\wedge\neg{}_xI_yA$. O exemplo anterior também mostra que não deve ser considerado como princípio da lógica o esquema $({}_xI_y(A\wedge B)\wedge G_yA)\rightarrow G_xA$.

A discussão anterior salientou portanto a necessidade de se rejeitar em geral o esquema (${}_xI_y$-M) no caso em que se adopta o princípio de "transmissão da acção" (Trans.inf), princípio que será adoptado - nesta dissertação - na análise de organizações. Nessa análise, adoptam-se ainda os seguintes princípios:

(${}_xI_y$-NoF) $\quad \neg{}_xI_y\text{False}$

($_xI_y$-No) $\neg {_xI_y}True$

Pretende-se com o esquema ($_xI_y$-NoF) evitar alguns actos de exercício de influências contraditórias de um agente sobre outro. Repare-se que ($_xI_y$-NoF), juntamente com o esquema ($_xI_y$-C), permite deduzir o esquema ($_xI_y$-D) - i.e. $_xI_yA \rightarrow \neg {_xI_y}\neg A$ - que traduz a intuição "o agente x não pode exercer influências contraditórias sobre um mesmo agente y". Contudo optou-se por não rejeitar outras influências contraditórias na análise de organizações, influências contraditórias que seriam evitadas pela adopção dos esquemas $_xI_yA \rightarrow \neg {_zI_y}\neg A$ ("não podem ser exercidas influências contraditórias sobre um mesmo agente y") e $_xI_yA \rightarrow \neg {_zI_w}\neg A$ ("não podem ser exercidas influências contraditórias"), pois a adopção destes esquemas pressupõe que os agentes conhecem as influências exercidas pelos restantes agentes. Também não se adoptou o esquema $_xI_yA \rightarrow \neg {_xI_z}\neg A$ ("o agente x não pode exercer influências contraditórias sobre vários agentes"), na análise de organizações, embora pudesse ter sido adoptado e pelas mesmas razões da adopção do esquema ($_xI_y$-NoF).

Com o esquema ($_xI_y$-No) pretende-se evitar que expressões da forma $_xI_yTrue$ representem exercícios de influência, uma vez que se optou (no contexto das organizações que se irão especificar e analisar no capítulo 5) por caracterizar influências com sucesso por expressões da forma $_xI_yA \wedge G_yA$. Repare-se que $_xI_yTrue \wedge G_yTrue$ é uma fórmula contraditória, já que se adoptou o esquema (G_x-No). Isto torna $_xI_yTrue$ pouco relevante.

4.4 A Lógica $Lact_N$

Nesta secção caracteriza-se detalhadamente a lógica $Lact_N$ (para N agentes), motivada na secção anterior e que será utilizada como ponto de referência na especificação e análise de organizações, a discutir no capítulo 5. A lógica $Lact_N$ é uma lógica multi-modal proposicional contendo os operadores modais previamente discutidos neste capítulo - i.e. os operadores modais E_x, G_x e $_xI_y$ (para x,y = 1, ..., N, para N≥1). Na subsecção 4.4.1 apresenta-se a caracterização axiomática e semântica da lógica $Lact_N$, e na subsecção 4.4.2 a prova da equivalência entre estas duas caracterizações (i.e. a correcção e completude da descrição axiomática face à semântica proposta).

Utilizam-se nesta secção as convenções e notações, bem como os resultados gerais sobre lógicas modais apresentados no capítulo 2 desta dissertação. Consequentemente, apenas os resultados específicos da lógica $Lact_N$ serão evidenciados nesta secção.

No que se segue, a linguagem da lógica $Lact_N$ é (de acordo com a notação referida no capítulo 2) a linguagem $L_{E1,..., EN,\ G1,..., GN,\ 1I1,..., NIN}$, em que os operadores modais E_x, G_x e $_xI_y$

(para x,y = 1, ..., N (N≥1)) tomam o lugar dos operadores $\Box_1$, $\Box_2$, ..., $\Box_k$ referidos em $L_{\Box_1,...,\Box_k}$ (para $k=N^2+2xN$).

4.4.1 Caracterização Axiomática e Semântica

A caracterização axiomática da lógica $Lact_N$ é a seguinte:

Definição 4.1: Axiomatização de $Lact_N$

Axiomas-esquema (para x,y = 1, ..., N (N≥1)):

(PL)	todas as tautologias de $Lact_N$
(E_x-T)	$E_xA\rightarrow A$
(E_x-C)	$(E_xA\wedge E_xB)\rightarrow E_x(A\wedge B)$
(E_x-No)	$\neg E_x True$
(EEnoE)	$E_xE_yA\rightarrow\neg E_xA$ (x≠y)
(G_x-T)	$G_xA\rightarrow A$
(G_x-C)	$(G_xA\wedge G_xB)\rightarrow G_x(A\wedge B)$
(G_x-No)	$\neg G_x True$
(G_x-Q)	$G_xG_yA\rightarrow G_xA$
(EG)	$E_xA\rightarrow G_xA$
(Dir.control)	$E_xG_yA\rightarrow {}_xI_yA$
(EEEG)	$E_xE_yA\rightarrow E_xG_yA$
(GEGG)	$G_xE_yA\rightarrow G_xG_yA$
(${}_xI_y$-C)	$({}_xI_yA\wedge {}_xI_yB)\rightarrow {}_xI_y(A\wedge B)$
(${}_xI_y$-NoF)	$\neg {}_xI_y False$
(${}_xI_y$-No)	$\neg {}_xI_y True$
(Trans.inf)	$({}_xI_yA\wedge G_yA)\rightarrow G_xA$

Regras de inferência (para x,y = 1, ..., N (N≥1)):

(MP)	de A e $A\rightarrow B$, infere-se B
(E_x-rE)	de $A\leftrightarrow B$, infere-se $E_xA\leftrightarrow E_xB$
(G_x-rE)	de $A\leftrightarrow B$, infere-se $G_xA\leftrightarrow G_xB$
(${}_xI_y$-rE)	de $A\leftrightarrow B$, infere-se ${}_xI_yA\leftrightarrow {}_xI_yB$ ♦

Relativamente à caracterização semântica da lógica $Lact_N$, utiliza-se como estrutura semântica básica os modelos mínimos para a linguagem $L_{E_1,...,E_N,G_1,...,G_N,{}_1I_1,...,{}_NI_N}$. De entre todos os modelos mínimos que seria possível considerar para esta linguagem (de acordo com a Definição 2.11), utilizar-se-á apenas uma subclasse desses modelos. Designam-se tais modelos por modelos de $Lact_N$.

Definição 4.2: Modelos de $Lact_N$

Um modelo M para $Lact_N$ é uma estrutura

$$M = \langle W, f_1, ..., f_N, g_1, ..., g_N, {}_1h_1, ..., {}_1h_N, ..., {}_Nh_1, ..., {}_Nh_N, V\rangle$$

onde:

(i) $W \neq \emptyset$;
(ii) $f_x: 2^W \to 2^W$ $(x = 1, ..., N)$;
(iii) $g_x: 2^W \to 2^W$ $(x = 1, ..., N)$;
(iv) ${}_xh_y: 2^W \to 2^W$ $(x,y = 1, ..., N)$;
(v) $V: \{p_1, p_2, ...\} \to 2^W$.

que satisfaz as seguintes restrições em relação às funções f_x, g_x e ${}_xh_y$ $(x,y = 1, ..., N$ e $N \geq 1)$: para todo o X e Y subconjuntos de W:

(te)	$f_x(X) \subseteq X$	(tg)	$g_x(X) \subseteq X$
(ce)	$f_x(X) \cap f_x(Y) \subseteq f_x(X \cap Y)$	(cg)	$g_x(X) \cap g_x(Y) \subseteq g_x(X \cap Y)$
(noe)	$f_x(W) = \emptyset$	(nog)	$g_x(W) = \emptyset$
(eenoe)	$f_x(f_y(X)) \subseteq W - f_x(X)$ $(x \neq y)$	(qg)	$g_x(g_y(X)) \subseteq g_x(X)$
(eg)	$f_x(X) \subseteq g_x(X)$	(dir.c)	$f_x(g_y(X)) \subseteq {}_xh_y(X)$
(eeeg)	$f_x(f_y(X)) \subseteq f_x(g_y(X))$	(gegg)	$g_x(f_y(X)) \subseteq g_x(g_y(X))$
(ci)	${}_xh_y(X) \cap {}_xh_y(Y) \subseteq {}_xh_y(X \cap Y)$	(noi)	${}_xh_y(W) = \emptyset$
(trans.inf)	${}_xh_y(X) \cap g_y(X) \subseteq g_x(X)$	(nofi)	${}_xh_y(\emptyset) = \emptyset$ ♦

Na definição acima, a função f_x (resp.: g_x, ${}_xh_y$) é associada ao operador E_x (resp.: G_x, ${}_xI_y$)[73]. Intuitivamente, $f_x(X)$ expressa "o conjunto de mundos em que o agente x produz (a proposição) X"; $g_x(X)$ expressa "o conjunto de mundos em que o agente y assegura X"; e ${}_xh_y(X)$ expressa "o conjunto de mundos em que o agente x influencia o agente y a assegurar X". Note-se que as restrições às funções f_x, g_x e ${}_xh_y$ (x,y = 1...N) são impostas de modo a validar os axiomas-esquema propostos na Definição 4.1.

Recordando a Definição 2.12, a noção de *veracidade de uma fórmula A num mundo* α *de um modelo M* para $Lact_N$ (para a componente modal da linguagem $L_{E_1,\ldots,E_N,G_1,\ldots,G_N,{}_1I_1,\ldots,{}_NI_N}$) é a seguinte:

(i)	$M,\alpha \models E_xA$	sse	$\alpha \in f_x(\|A\|)$[74]
(ii)	$M,\alpha \models G_xA$	sse	$\alpha \in g_x(\|A\|)$
(iii)	$M,\alpha \models {}_xI_yA$	sse	$\alpha \in {}_xh_y(\|A\|)$

Saliente-se que a Definição 4.2 pode ser satisfeita, i.e. existem modelos de $Lact_N$.

Resultado 4.1: Existe pelo menos um modelo para $Lact_N$.

---

[73] Relativamente Definição 2.11, optou-se por renomear aqui estas funções com intuito de as associar mais facilmente aos operadores utilizados.

[74] Repare-se que, comparando a semântica aqui apresentada para o operador E com a semântica proposta por Elgesem, usam-se aqui funções com assinatura $2^W \rightarrow 2^W$ em vez de funções com assinatura $W \times 2^W \rightarrow 2^W$ (veja-se página 57). Esta diferença merece alguns comentários.

Elgesem propõe que $f_x(\alpha,X)$ represente "o conjunto de mundos em que o agente x realiza a sua habilidade de produzir o objectivo (denotado por) X" e menciona que α deve ser visto como mundo actual. Esta leitura sugere que Elgesem propõe que a habilidade dos agentes depende do mundo actual. No entanto, repare-se que a leitura anterior sugere a restrição se *$\beta \in f_x(\alpha,X)$, então $\beta \in f_x(\beta,X)$*, mas Elgesem não a considera na sua caracterização semântica. A justificação para a introdução de um parâmetro adicional na função f_x na semântica proposta por Elgesem é outra e tem a ver com a representação das noções de *evitabilidade* e *não-acidente* que Elgesem pretende capturar: $f_x(\alpha,X)$ representa as situações alternativas a α que exigiriam ajustamentos compensatórios no comportamento do agente x para produzir X. Ora esta ideia não parece estar presente na leitura intuitiva proposta por Elgesem para expressões $f_x(\alpha,X)$.

De qualquer modo, o argumento que aqui se defende é o seguinte: apesar da introdução de um parâmetro adicional tornar a semântica mais poderosa - permitindo expressar outros conceitos relevantes (como faz Elgesem) - nesta dissertação opta-se por se manter a semântica o mais simples possível, de modo a obter leituras simples das funções f_x, g_x e ${}_xh_y$, compatíveis com as propriedades desejadas dos operadores de acção propostos nesta dissertação. Apesar disso, note-se que se pode também definir aqui um operador de habilidade/capacidade que valida o esquema $E_xA \rightarrow Capacidade_xA$: $M,\alpha \models Capacidade_xA$ sse $f_x(\|A\|^M) \neq \emptyset$; apesar de se obter uma noção de "habilidade" que não depende de um mundo actual, esta noção é suficiente para a análise de organizações que se efectua nesta dissertação.

Demonstração: Considere-se o modelo M = $<W, f_1,...,f_N, g_1,...,g_N, {}_1h_1,...,{}_1h_N,...,{}_Nh_1, ...,{}_Nh_N, V>$ tal que: W={w}; V(p_i)={w}, para todo o i = 1, 2, ...; e $f_x(X)=g_x(X)={}_xh_y(X)=\varnothing$, para todo o subconjunto X de W ($X \subseteq W$) e todos os x,y = 1...N. M é um modelo de $Lact_N$, uma vez que é trivial demonstrar que todas os requisitos apresentados na definição anterior são satisfeitos. ♦

No que se segue, utiliza-se $\mathcal{C}Lact_N$ para denotar a classe de todos os modelos para $Lact_N$, i.e. $\mathcal{C}Lact_N = \{M: M$ é um modelo para $Lact_N\}$. Na próxima subsecção é demonstrado que a lógica $Lact_N$ é determinada pela classe de todos os modelos de $Lact_N$, i.e. $\vdash_{LactN} A$ sse $\vDash_{CLactN} A$.

4.4.2 Correcção e Adequação

Começa-se por demonstrar a correcção da axiomatização de $Lact_N$ relativamente à classe de modelos $\mathcal{C}Lact_N$.

Lema 4.1: Todos os axiomas-esquema de $Lact_N$ são válidos na classe de modelos $\mathcal{C}Lact_N$.

Demonstração: Seja $M \in \mathcal{C}Lact_N$ e seja α um mundo qualquer em M.

(i) (PL), i.e. todas as tautologias de $Lact_N$: imediato, pelo Resultado 2.10(i).

(ii) (E_x-T), i.e. $E_xA \rightarrow A$:

Suponha-se que $M,\alpha \vDash E_xA$. Tem-se:

$M,\alpha \vDash E_xA$

sse [Definição 2.12]

$\alpha \in f_x(\|A\|)$

$\Rightarrow$ [Definição 4.2(te)]

$\alpha \in \|A\|$

sse [Definição 2.8]

$M,\alpha \vDash A$

Conclui-se portanto $M,\alpha \vDash E_xA \rightarrow A$ [Definição 2.5(v)].

(iii) (E_x-C), i.e. $(E_xA \wedge E_xB) \rightarrow E_x(A \wedge B)$:

Suponha-se que $M,\alpha \vDash (E_xA \wedge E_xB)$. Tem-se:

$M,\alpha \vDash (E_xA \wedge E_xB)$

sse [Definição 2.5(vi); Definição 2.12]

$\alpha\in f_x(\|A\|)\cap f_x(\|B\|)$

$\Rightarrow$ [Definição 4.2(ce); Resultado 2.8(v); Definição 2.12]

$M,\alpha\vDash E_x(A\wedge B)$

(iv) (E_x-No), i.e. $\neg E_x$True:

Prova por *redução ao absurdo*. Suponha-se que $M,\alpha\vDash E_x$True. Então $\alpha\in f_x(W)$ [Resultado 2.8(ii)] e portanto $f_x(W)\neq\varnothing$. Mas isto contradiz a restrição (noe) da Definição 4.2.

(v) (EEnoE), i.e. $E_xE_yA\rightarrow\neg E_xA$ ($x\neq y$):

Suponha-se que $M,\alpha\vDash E_xE_yA$. Tem-se:

$M,\alpha\vDash E_xE_yA$

sse [Resultado 2.8(ix)]

$\alpha\in f_x(f_y(\|A\|))$

$\Rightarrow$ [Definição 4.2(eenoe); Resultado 2.8(iv e ix)]

$M,\alpha\vDash\neg E_xA$

(vi) (G_x-T), i.e. $G_xA\rightarrow A$: prova análoga a (ii).

(vii) (G_x-C), i.e. $(G_xA\wedge G_xB)\rightarrow G_x(A\wedge B)$: prova análoga a (iii).

(viii) (G_x-No), i.e. $\neg G_x$True: prova análoga a (iv).

(ix) (G_x-Q), i.e. $G_xG_yA\rightarrow G_xA$:

Suponha-se que $M,\alpha\vDash G_xG_yA$. Tem-se:

$M,\alpha\vDash G_xG_yA$

sse [Definição 2.12; Resultado 2.8(ix)]

$\alpha\in g_x(g_y(\|A\|))$

$\Rightarrow$ [Definição 4.2(qg); Resultado 2.8(ix)]

$M,\alpha\vDash G_xA$

(x) (EG), i.e. $E_xA\rightarrow G_xA$: prova análoga a (ix).

(xi) (Dir.control), i.e. $E_xG_yA\rightarrow {}_xI_yA$: prova análoga a (ix).

(xii) (EEEG), i.e. $E_xE_yA\rightarrow E_xG_yA$: prova análoga a (ix).

(xiii) (GEGG), i.e. $G_xE_yA\rightarrow G_xG_yA$: prova análoga a (ix).

(xiv) (${}_xI_y$-C), i.e. $({}_xI_yA\wedge {}_xI_yB)\rightarrow {}_xI_y(A\wedge B)$: prova análoga a (iii).

(xv) (${}_xI_y$-NoF), i.e. $\neg {}_xI_y$False:

Prova por *redução ao absurdo*. Suponha-se que $M,\alpha\vDash {}_xI_y$False. Então $\alpha\in f_x(\varnothing)$ [Resultado 2.8(iii)] e portanto $f_x(\varnothing)\neq\varnothing$. Mas isto contradiz a restrição (nofi) da Definição 4.2.

(xvi) (${}_xI_y$-No), i.e. $\neg {}_xI_y$True: prova análoga a (iv).

(xvii) (Trans.inf), i.e. $({}_xI_yA\wedge G_yA)\rightarrow G_x(A)$:

Suponha-se que $M,\alpha\vDash({}_xI_yA\wedge G_yA)$. Tem-se:

$M,\alpha \models ({}_xI_yA \wedge G_yA)$
sse [Definição 2.5(vi); Definição 2.12]
$\alpha \in {}_xh_y(\|A\|) \cap g_y(\|A\|)$
$\Rightarrow$ [Definição 4.2(trans.inf); Definição 2.12]
$M,\alpha \models G_x(A)$

Uma vez que se demonstrou que todos axiomas esquema de $Lact_N$ são verdadeiros em qualquer mundo α de qualquer modelo *M* de $Lact_N$, pode-se concluir - pela Definição 2.6 e pela Definição 2.7 - que todos os axiomas-esquema de Lact são válidos na classe de modelos $\mathcal{C}Lact_N$. ♦

Lema 4.2: Todas as regras de inferência de $Lact_N$ preservam a validade (na classe de modelos $\mathcal{C}Lact_N$) das fórmulas de L.

Demonstração: Imediato, pelo Resultado 2.10(ii e iii). ♦

Resultado 4.2: Se $\vdash_{LactN}$ A então $\models_{\mathcal{C}LactN}$ A.

Demonstração: Imediato, pelo Lema 4.1 e pelo Lema 4.2, uma vez que $Lact_N$ é o menor conjunto de fórmulas que contém os axiomas e é fechado para as regras de inferência. ♦

Os resultados anteriores permitem concluir o (fundamental) resultado seguinte:

Resultado 4.3: $Lact_N$ é coerente.

Demonstração: Imediato, pelo Resultado 4.1 e pelo Resultado 4.2. ♦

Relativamente à demonstração da completude da axiomatização proposta para a lógica $Lact_N$, utilizar-se-á aqui a técnica do *modelo canónico* referida na subsecção 2.2.3. Nos resultados seguintes utiliza-se o menor modelo mínimo canónico para $Lact_N$ (veja-se a Definição 2.13 e a Definição 2.14). Recordando:

Definição 4.3: Menor modelo mínimo canónico para $Lact_N$

O menor modelo mínimo canónico para $Lact_N$ é uma estrutura

M^c = <W, f_1, ..., f_N, g_1, ..., g_N, ${}_1h_1$, ..., ${}_1h_N$, ..., ${}_Nh_1$, ..., ${}_Nh_N$, V>

onde:

(i) W = {$Max_{LactN}\,\Gamma$};
(ii) f_x: $2^W \to 2^W$ (x = 1, ..., N);
(iii) g_x: $2^W \to 2^W$ (x = 1, ..., N);
(iv) ${}_xh_y$: $2^W \to 2^W$ (x,y = 1, ..., N);
(v) V: {p_1, p_2, ...} $\to 2^W$.

e com as seguintes restrições às funções V, f_x, g_x e ${}_xh_y$ (x,y = 1, ..., N): para todo o $X \subseteq W$:

(vi) V(p_i) = | p_i |, para i = 1, 2, ...
(vii) f_x(X) = | E_xA |, se existe uma fórmula A tal que X = | A |; e
= $\varnothing$, caso contrário
(viii) g_x(X) = | G_xA |, se existe uma fórmula A tal que X = | A |; e
= $\varnothing$, caso contrário
(ix) ${}_xh_y$(X) = | ${}_xI_y$A |, se existe uma fórmula A tal que X = | A $|_{LactN}$; e
= $\varnothing$, caso contrário ♦

Veja-se agora que o menor modelo mínimo canónico de $Lact_N$ é também um modelo de $Lact_N$ (i.e. $M^c \in \mathcal{C}Lact_N$).

Resultado 4.4: $M^c \in \mathcal{C}Lact_N$.

Demonstração: Veja-se então que M^c satisfaz os requisitos apresentados na Definição 4.2 (note-se também que se mantêm, na Definição 4.3, as assinaturas das funções V, f_x, g_x e ${}_xh_y$ (x,y = 1, ..., N)). No que se segue, α é um mundo em W (de M^c) - i.e. Max α - e X, Y são subconjuntos de W.

(i) W$\neq\varnothing$: Imediato, pelo Resultado 4.3.

(ii) (te), i.e. $f_x(X) \subseteq X$:

Suponha-se que $\alpha \in f_x(X)$. Então $f_x(X) \neq \varnothing$ e portanto ($\exists$A$\in$Form(L)) X=|A| [Definição 4.3(vii)]. Tem-se:

$\alpha \in f_x(|A|)$

sse [Definição 4.3(vii)]

$\alpha\in|E_X A|$

sse [Definição 2.4]

$E_X A\in\alpha$

$\Rightarrow$ [$\vdash E_X A\rightarrow A$; Resultado 2.5(ii); Resultado 2.3(viii)]

$A\in\alpha$

sse [Definição 2.4]

$\alpha\in|A|$ (i.e. $\alpha\in X$)

(iii) (ce), i.e. $f_X(X)\cap f_X(Y)\subseteq f_X(X\cap Y)$:

Suponha-se que $\alpha\in f_X(X)\cap f_X(Y)$. Então $f_X(X)\cap f_X(Y)\neq\emptyset$ e portanto $(\exists A,B\in Form(L))$ $X=|A|$ e $Y=|B|$ [Definição 4.3(vii)]. Tem-se:

$\alpha\in f_X(X)\cap f_X(Y)$

sse [Definição 4.3(vii)]

$\alpha\in|E_X A|\cap|E_X B|$

sse [Resultado 2.6(vii)]

$\alpha\in|E_X A\wedge E_X B|$

sse [Definição 2.4]

$E_X A\wedge E_X B\in\alpha$

$\Rightarrow$ [$\vdash(E_X A\wedge E_X B)\rightarrow E_X(A\wedge B)$; Resultado 2.5(ii); Resultado 2.3(viii)]

$E_X(A\wedge B)\in\alpha$

sse [Definição 2.4]

$\alpha\in|E_X(A\wedge B)|$

$\Rightarrow$ [Definição 4.3(vii); Resultado 2.6(vii)]

$\alpha\in f_X(|A|\cap|B|)$ (i.e. $\alpha\in f_X(X\cap Y)$)

(iv) (noe), i.e. $f_X(W)=\emptyset$:

Prova por *redução ao absurdo*. Suponha-se que $f_X(W)\neq\emptyset$ e seja $\alpha\in f_X(W)$. Tem-se:

$\alpha\in f_X(W)$

sse [Resultado 2.6(iv)]

$\alpha\in f_X(|True|)$

$\Rightarrow$ [Definição 4.3(vii)]

$\alpha\in|E_X True|$

sse [Definição 2.4]

$E_X True\in\alpha$

Por outro lado, uma vez que $\vdash\neg E_X True$, tem-se também $\neg E_X True\in\alpha$ [Resultado 2.5(ii)]. De $E_X True\in\alpha$ e $\neg E_X True\in\alpha$, conclui-se que $C\emptyset n\ \alpha$ [Resultado 2.2(x)]. Mas isto contradiz o facto de se considerar $Max_{LactN}\ \alpha$ (veja-se a Definição 2.3(i)).

(v) (eenoe), i.e. $f_X(f_y(X))\subseteq W-f_X(X)$, para $x\neq y$:

Suponha-se que $\alpha \in f_x(f_y(X))$. Então $f_x(f_y(X)) \neq \emptyset$. Por outro lado, uma vez que se verifica (te), $f_y(X) \neq \emptyset$ e portanto $(\exists\ B \in Form(L))\ X=|B|$ [Definição 4.3(vii)].Tem-se portanto:

$\alpha \in f_x(f_y(|B|))$
sse [Definição 4.3(vii)]
$\alpha \in |E_x E_y B|$
sse [Definição 2.4]
$E_x E_y B \in \alpha$
$\Rightarrow$ [$\vdash E_x E_y B \rightarrow \neg E_x B$ ($x \neq y$); Resultado 2.5(ii); Resultado 2.3(viii)]
$\neg E_x B \in \alpha$
$\Rightarrow$ [Definição 2.4; Definição 4.3(vii); Resultado 2.6(iv e vi)]
$\alpha \in W - f_x(|B|)$ (i.e. $\alpha \in W - f_x(X)$)

(vi) (tg), i.e. $g_x(X) \subseteq X$: prova análoga a (ii).

(vii) (cg), i.e. $g_x(X) \cap g_x(Y) \subseteq g_x(X \cap Y)$: prova análoga a (iii).

(viii) (nog), i.e. $g_x(W) = \emptyset$: prova análoga a (iv).

(ix) (qg), i.e. $g_x(g_y(X)) \subseteq g_x(X)$:

Suponha-se que $\alpha \in g_x(g_y(X))$. Então $g_x(g_y(X)) \neq \emptyset$. Por outro lado, uma vez que se verifica (tg), $g_y(X) \neq \emptyset$ e portanto $(\exists B \in Form(L))\ X=|B|$ [Definição 4.3(viii)].Tem-se portanto:

$\alpha \in g_x(g_y(|B|))$
sse [Definição 4.3(viii)]
$\alpha \in |G_x G_y B|$
sse [Definição 2.4]
$G_x G_y B \in \alpha$
$\Rightarrow$ [$\vdash G_x G_y B \rightarrow G_x B$; Resultado 2.5(ii); Resultado 2.3(viii)]
$G_x B \in \alpha$
$\Rightarrow$ [Definição 2.4; Definição 4.3(viii)]
$\alpha \in g_x(|B|)$ (i.e. $\alpha \in g_x(X)$)

(x) (eg), i.e. $f_x(X) \subseteq g_x(X)$:

Suponha-se que $\alpha \in f_x(X)$. Então $f_x(X) \neq \emptyset$ e portanto $(\exists A \in Form(L))\ X=|A|$ [Definição 4.3(vii)]. Tem-se:

$\alpha \in f_x(|A|)$
sse [Definição 4.3(vii)]
$\alpha \in |E_x A|$
sse [Definição 2.4]
$E_x A \in \alpha$

$\Rightarrow$ [$\vdash E_x A \rightarrow G_x A$; Resultado 2.5(ii); Resultado 2.3(viii)]

$G_x A \in \alpha$

$\Rightarrow$ [Definição 2.4; Definição 4.3(viii)]

$\alpha \in g_x(|B|)$ (i.e. $\alpha \in g_x(X)$)

(xi) (dir.control), i.e. $f_x(g_y(X)) \subseteq {}_xh_y(X)$: prova análoga a (ix).

(xii) (eeeg), i.e. $f_x(f_y(X)) \subseteq f_x(g_y(X))$:

Suponha-se que $\alpha \in f_x(f_y(X))$. Então $f_x(f_y(X)) \neq \emptyset$. Por outro lado, uma vez que se verifica (te), $f_y(X) \neq \emptyset$ e portanto $(\exists B \in Form(L))$ $X=|B|$ [Definição 4.3(vii)].Tem-se portanto:

$\alpha \in f_x(f_y(|B|))$

sse [Definição 4.3(vii)]

$\alpha \in |E_x E_y B|$

sse [Definição 2.4]

$E_x E_y B \in \alpha$

$\Rightarrow$ [$\vdash E_x E_y B \rightarrow E_x G_y B$; Resultado 2.5(ii); Resultado 2.3(viii)]

$E_x G_y \in \alpha$

$\Rightarrow$ [Definição 2.4; Definição 4.3(vii e viii)]

$\alpha \in f_x(g_y(|B|))$ (i.e. $\alpha \in f_x(g_y(X))$

(xiii) (gegg), i.e. $g_x(f_y(X)) \subseteq g_x(g_y(X))$: prova análoga a (xii).

(xiv) (ci), i.e. ${}_xh_y(X) \cap {}_xh_y(Y) \subseteq {}_xh_y(X \cap Y)$: prova análoga a (iii).

(xv) (nofi), i.e. ${}_xh_y(\emptyset)=\emptyset$: prova análoga a (iv).

(xvi) (noi), i.e. ${}_xh_y(W)=\emptyset$: prova análoga a (iv).

(xvii) (trans.inf), i.e. ${}_xh_y(X) \cap g_y(X) \subseteq g_x(X)$:

Suponha-se que $\alpha \in {}_xh_y(X) \cap g_y(X)$. Então ${}_xh_y(X) \cap g_y(X) \neq \emptyset$ e portanto $(\exists A \in Form(L))$ $X=|A|$ [Definição 4.3(viii e ix)]. Tem-se:

$\alpha \in {}_xh_y(X) \cap g_y(X)$

sse [Definição 4.3(viii e ix)]

$\alpha \in |{}_xI_y A| \cap |G_y A|$

sse [Resultado 2.6(vii); Definição 2.4]

${}_xI_y A \wedge G_y A \in \alpha$

$\Rightarrow$ [$\vdash ({}_xI_y A \wedge G_y A) \rightarrow G_x A$; Resultado 2.5(ii); Resultado 2.3(viii)]

$G_x A \in \alpha$

$\Rightarrow$ [Definição 2.4; Definição 4.3(viii)]

$\alpha \in g_x(|A|)$ (i.e. $\alpha \in g_x(X)$)

Portanto, uma vez que o menor modelo mínimo canónico M^c satisfaz os requisitos apresentados na Definição 4.2, pode concluir-se que $M^c \in \mathcal{C}Lact_N$. ♦

Finalmente, o teorema seguinte estabelece a completude da axiomatização de $Lact_N$ proposta na Definição 4.1.

Resultado 4.5: Se $\models_{\mathcal{C}LactN}$ A então $\vdash_{LactN}$ A.

Demonstração: Seja M^c o menor modelo canónico mínimo de $Lact_N$ e suponha-se que $\models_{\mathcal{C}LactN}$ A. Então, em particular $M^c \models$ A [Resultado 4.4]. Conclui-se portanto que $\vdash_{LactN}$ A [Resultado 2.14)]. ♦

O Resultado 4.2 e o Resultado 4.5 permitem concluir que o sistema lógico $Lact_N$ é determinado pela classe de modelos $\mathcal{C}Lact_N$, i.e. $\vdash_{LactN}$ A sse $\models_{\mathcal{C}LactN}$ A.

Os resultados seguintes estabelecem ainda as propriedades de correcção forte e de completude forte do sistema lógico $Lact_N$ relativamente à classe de modelos $\mathcal{C}Lact_N$.

Resultado 4.6: Se $\Gamma \vdash_{LactN}$ A então $\Gamma \models_{\mathcal{C}LactN}$ A.

Demonstração: Imediato [Resultado 2.15]. ♦

Resultado 4.7: Seja $\Gamma \subseteq$ Form(L). Então:

Γ é $\emptyset$-satisfeito na classe de modelos $\mathcal{C}Lact_N$ sse Con_{LactN} Γ.

Demonstração:

(i) "se Γ é $\emptyset$-satisfeito na classe de modelos $\mathcal{C}Lact_N$, então Con_{LactN} Γ": Imediato [Resultado 2.16].

(ii) "se Con_{LactN} Γ, então Γ é $\emptyset$-satisfeito na classe de modelos $\mathcal{C}Lact_N$": Suponha-se que Con_{LactN} Γ e seja $M^c = <W,f_1,\ldots,f_N,g_1,\ldots,g_N,{}_1h_1, \ldots,{}_1h_N,\ldots,{}_Nh_1,\ldots,{}_Nh_N,V>$ o menor modelo mínimo canónico para Σ. Tem-se:

$Con_{LactN}\Gamma$

$\Rightarrow$ [Definição 4.3; Resultado 2.4]

$(\exists\ \alpha \in W)\ \Gamma \subseteq \alpha$

$\Rightarrow$ [Resultado 2.13; Resultado 4.4; Definição 2.9]

Γ é $\emptyset$-satisfeito na classe de modelos $\mathcal{C}Lact_N$ ♦

Resultado 4.8: Seja $\Gamma \subseteq$ Form(L). Então:

se $\Gamma \vDash_{\mathcal{C}\mathrm{LactN}} A$ então $\Gamma \vdash_{\mathrm{LactN}} A$.

Demonstração: Imediato [Resultado 2.12; Resultado 4.7]. ♦

5. Especificação e Análise de Organizações

Neste capítulo abordam-se aspectos de especificação e análise de organizações com base nos conceitos de acção apresentados no capítulo 4 e dos seus relacionamentos (embora implícitos) com o conceito de *responsabilidade organizacional*.

Cada organização será simplesmente descrita/especificada por um conjunto de agentes com capacidades de executar tarefas predefinidas e com poderes efectivos (também estes predefinidos) para responsabilizar/influenciar outros agentes para executar tarefas. Com base nestas descrições, cada organização será analisada com base nos diferentes "comportamentos potenciais" (à frente denominado por "conjunto de comportamentos possíveis") dos vários agentes que constituem a organização - i.e. com base nos diferentes conjuntos de "actos directos" estritamente de acordo com as capacidades e os poderes especificados para cada um dos agentes da organização. A análise proposta centrar-se-á em questões acerca dos resultados/tarefas que podem ser assegurados (numa determinada organização), como podem ser assegurados e quais as alternativas para serem assegurados.

Como se verá, embora muito simples, a abordagem proposta permite suportar (a um nível de abstracção apropriado) alguns aspectos de análise de organizações, cujo interesse potencial abrange os seguintes problemas relacionados com o desenho de organizações e a análise das suas propriedades: análise da atribuição de responsabilidades organizacionais, análise da distribuição de tarefas e suporte a sistemas periciais que guiem o acesso a utentes de uma organização.

Na secção 5.1 apresentam-se formalmente a estrutura e o "conjunto de comportamentos possíveis" de uma organização. Justifica-se ainda a representação adoptada para o "conjunto de comportamentos possíveis" de uma organização com base no menor modelo mínimo canónico para a lógica $Lact_N$.

Na secção 5.2 são apresentados os aspectos de análise suportados nesta abordagem e as suas formalizações com base no "conjunto de comportamentos possíveis". Menciona-se também o interesse potencial dos aspectos formalizados no âmbito da análise de organizações. Por último, justificam-se as formalizações propostas com base no menor modelo mínimo canónico para a lógica $Lact_N$.

5.1 Estrutura e Modelo de uma Organização

Relativamente à especificação de organizações, adopta-se nesta dissertação uma estrutura simplificada onde apenas são descritos agentes (os agentes da organização), as suas capacidades e aquilo que se denominará por “canais de influência”.

Intuitivamente, a noção “capacidade” é utilizada para representar habilidades formais dos agentes de uma organização, i.e. as habilidades que são esperadas de acordo com o papéis que os agentes desempenham na organização. O conceito “canal de influência” é utilizado para representar, intuitivamente, os poderes efectivos (de um agente sobre outro) que são reconhecidos pela organização. Este conceito permite assim representar, de modo genérico, noções de “permissão oficial” ou “autorização” de influenciar (ou de atribuição de responsabilidades). Cada *canal de influência* refere portanto uma ligação direccionada entre dois agentes, podendo uma organização ser vista como um grafo de canais de influência.

Formalmente, a caracterização de uma organização *Org* é a seguinte:

Definição 5.1: Estrutura de uma organização

Uma organização *Org* é um tuplo

$$Org = (Ag, C, >)$$

onde:

(i) $Ag \subseteq \{1, ..., N\}$ $(N \geq 1)$ e $Ag \neq \emptyset$;

(ii) $C: Ag \rightarrow 2^{\mathrm{Form}(L_{PL})}$, com $C(x)$ finito para qualquer $x \in Ag$;

(iii) $>: Ag \times Ag \rightarrow 2^{\mathrm{Form}(L_{PL})}$, com $>(x,y)$ finito para quaisquer $x,y \in Ag$. ♦

Na definição anterior, *Ag* denota um conjunto (finito não vazio) de agentes, os agentes da organização *Org* (de entre os agentes 1, …, N (N≥1) considerados); $C(x)$ denota as capacidades básicas do agente x (i.e. $A \in C(x)$ representa que “x tem a capacidade de produzir A”); e $>(x,y)$ denota os *canais de influência* básicos existentes entre os agentes x e y (i.e. $A \in >(x,y)$ representa que “existe um canal de influência de x para y relativamente a A”). As restrições mencionadas impõem que se considere apenas organizações com agentes, capacidades e canais de influência em número finito (como é intuitivamente o caso na prática). Estas restrições são importantes relativamente à automação dos aspectos de análise de organizações descritos nas próximas subsecções. Note-se também que, na definição anterior, as fórmulas de PL são intuitivamente utilizadas para representar tarefas[75]. No que se segue, utilizar-se-ão expressões da forma $\mathrm{Cap}_x A$ e $x >_A y$ para representar, respectivamente, $A \in \mathcal{C}(x)$ e $A \in >(x,y)$.

Como ilustração da definição anterior, considere-se o seguinte exemplo de uma organização (que se denominará por *org1*) com três agentes *a*, *b* e *c*, onde os agentes têm apenas as capacidades indicadas na Figura 5-1 e contendo apenas os canais de influência representados pelas setas etiquetadas:

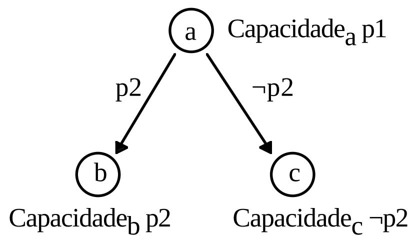

Figura 5-1: Diagrama de uma organização: ilustração da sua representação

De acordo com a definição anterior (e as convenções adoptadas), a organização anterior pode ser representada por $org1=(\{a,b,c\},\{\mathrm{Cap}_a p1,\mathrm{Cap}_b p2,\mathrm{Cap}_c \neg p2\},\{a >_{p2} b, a >_{\neg p2} c\})$.

Repare-se que, apesar de simples, a estrutura proposta na Definição 5.1 pode ser complementada com notações adicionais que facilitem a especificação de organizações mais complexas. Por exemplo, pela introdução da notação $x >_\Phi y$ para descrever casos em que existe um canal de influência de x para y relativamente a qualquer tarefa de uma classe Φ.

A ideia central utilizada nesta dissertação para analisar uma organização é a de lhe associar apenas os "comportamentos potenciais" (designados adiante por *comportamentos possíveis*) dos agentes que constituem essa organização. Mais concretamente, cada organização *Org* será analisada apenas com base nos diferentes conjuntos de "actos directos" (quer de realização de uma tarefa, quer de realização de uma influência) estritamente de acordo com as capacidades e os canais de influência especificados para cada um dos agentes da organização *Org*. Assumir-se-á portanto que na organização *Org* um agente x só pode produzir A se x tiver essa capacidade, i.e. segue-se aqui a

[75] A este nível proposicional de representação, seria natural (mas não essencial) assumir que $\mathcal{C}(x)$ seria constituído apenas por símbolos proposicionais (e suas negações) expressando tarefas atómicas.

Por outro lado, poderia ter-se assumido fórmulas de Lact_N (sendo N tal que $Ag \subseteq \{1, ..., N\}$), em vez de fórmulas de PL nas alíneas (ii) e (iii) da Definição 5.1. Tal permitiria, por exemplo, representar canais de influência de um agente x sobre y para este influenciar um (terceiro agente) z. No entanto tal não foi feito, pois alguns dos resultados apresentados à frente não foram demonstrados com a generalidade necessária.

ideia intuitiva de que "$E_x A \rightarrow Cap_x A$" (note-se que $E_x A \rightarrow Cap_x A$ não é uma fórmula de $Lact_N$). Pelas mesmas razões, assumir-se-á também que na organização *Org* um agente x apenas pode influenciar o agente y a assegurar A, se existir um canal de influência de x para y relativamente a A, i.e. segue-se aqui a ideia: "${}_xI_yA \rightarrow x >_A y$". (Note-se que se assume também que na estrutura de uma organização *Org* é suficiente descrever as capacidades e os canais de influência básicos para os diversos agentes dessa organização. Deste modo considerar-se-ão implícitos os seguintes princípios: "$(Cap_x A \wedge Cap_x B) \rightarrow Cap_x(A \wedge B)$" e "$(x >_A y \wedge x >_B y) \rightarrow x >_{(A \wedge B)} y$"). [76] Consequentemente, em cada *comportamento possível* da organização *Org* assumir-se-á à partida como não executados todos os "actos directos" para os quais não estejam descritas (implícita ou explicitamente) capacidades ou canais de influência na estrutura da organização *Org*. A ideia não é afirmar que o facto de não se reconhecer na organização a capacidade a x de produzir A implica que o agente concreto que desempenha o papel de x não fosse na "vida real" produzir A. A ideia é que para se deduzir que numa organização, assim especificada, é possível a um agente (por exemplo) x garantir A (i.e. $G_x A$) tal implica que tem de existir um conjunto de "actos directos" possíveis de acordo com a especificação da organização (e com a lógica destes actos), e a partir dos quais, assumindo que mais nada se passa (que não seja derivável desses actos), é possível deduzir (na lógica de acções subjacente) $G_x A$. De outro modo seria possível $G_x A$ sem assumir a ocorrência de actos não previstos na especificação da organização. Veja-se então como caracterizar formalmente estas intuições.

Definição 5.2: Conjunto de comportamentos possíveis da organização *Org*

Seja *Org* uma organização e seja N tal que $Ag \subseteq \{1, \ldots, N\}$. O conjunto B_{Org} dos *comportamentos possíveis* de *Org* é definido por:

$$B_{Org} = \{\Gamma: Con_{Lact_N} \Gamma \text{ e } \Gamma \subseteq \Delta_{Org}\}$$

onde

$$\Delta_{Org} = \{E_x A: A \in C(x) \text{ e } x \in Ag\} \cup \{{}_xI_y A: A \in >(x,y) \text{ e } x,y \in Ag\} \qquad \blacklozenge$$

Isto é, cada conjunto $\Gamma \subseteq \Delta_{Org}$ representa um *comportamento possível* de *Org*, desde que Γ seja coerente de acordo com a lógica $Lact_N$. Em particular, note-se que qualquer que seja a organização

[76] Estes princípios surgem naturalmente da adopção (intuitiva) de "$E_x A \rightarrow Cap_x A$" e "${}_xI_y A \rightarrow x >_A y$" e tomando em consideração os axiomas-esquema (E_x-C) e (${}_xI_y$-C) adoptados na lógica $Lact_N$.

Org, $\varnothing$ é sempre um *comportamento possível* de *Org* (pois $Lact_N$ é coerente), representando intuitivamente a situação em que nenhum dos agentes age.

Por exemplo, para a organização org1 anterior, obtém-se o seguinte *conjunto de comportamentos possíveis*:

$$
\begin{aligned}
B_{org1} = \{\, & \varnothing, \{E_a p1\}, \{E_b p2\}, \{E_c \neg p2\}, \{{}_aI_b p2\}, \{{}_aI_c \neg p2\}, \{E_a p1, E_b p2\}, \\
& \{E_a p1, E_c \neg p2\}, \{E_a p1, {}_aI_b p2\}, \{E_a p1, {}_aI_c \neg p2\}, \{E_b p2, {}_aI_b p2\}, \\
& \{E_b p2, {}_aI_c \neg p2\}, \{E_c \neg p2, {}_aI_b p2\}, \{E_c \neg p2, {}_aI_c \neg p2\}, \{{}_aI_b p2, {}_aI_c \neg p2\}, \\
& \{E_a p1, E_b p2, {}_aI_b p2\}, \{E_a p1, E_b p2, {}_aI_c \neg p2\}, \{E_a p1, E_c \neg p2, {}_aI_b p2\}, \\
& \{E_a p1, E_c \neg p2, {}_aI_c \neg p2\}, \{E_a p1, {}_aI_b p2, {}_aI_c \neg p2\}, \{E_b p2, {}_aI_b p2, {}_aI_c \neg p2\}, \\
& \{E_c \neg p2, {}_aI_b p2, {}_aI_c \neg p2\}, \{E_a p1, E_b p2, {}_aI_b p2, {}_aI_c \neg p2\}, \\
& \{E_a p1, E_c \neg p2, {}_aI_b p2, {}_aI_c \neg p2\} \,\}
\end{aligned}
$$

Note-se que Δ_{Org} é finito [Definição 5.1]. Consequentemente B_{Org} é também finito, uma vez que $\#B_{Org} \leq 2^{\#\Delta Org}$. A igualdade só se verifica caso Δ_{Org} seja coerente, o que não é o caso no exemplo anterior, uma vez que $E_b p2$ e $E_c \neg p2$ são fórmulas que não podem ser consideradas em simultâneo, devido ao esquema (E_x-T). Por outro lado repare-se que $\#B_{Org} \geq 1$, uma vez que $\varnothing \in B_{Org}$.

No que se segue, referir-se-á apenas por L a linguagem $L_{E1,\ldots,\, EN,\, G1,\ldots,\, GN,\, {}_1I_1,\ldots,\, {}_NI_N}$ da lógica $Lact_N$. Por outro lado, sempre que se relacionar a estrutura *Org* = (*Ag*, *C*, >) com a lógica $Lact_N$, será assumido implicitamente que $Ag \subseteq \{1,\ldots,N\}$.

A próxima definição será intensivamente utilizada neste capítulo:

Definição 5.3:

$$ACTS_{LactN} = \{E_xA: A \in Form(L)\} \cup \{G_xA: A \in Form(L)\} \cup \{{}_xI_yA: A \in Form(L)\}$$

$$ACTS_{PL} = \{E_xA: A \in Form(L_{PL})\} \cup \{G_xA: A \in Form(L_{PL})\} \cup \{{}_xI_yA: A \in Form(L)\} \quad \blacklozenge$$

Repare-se que na Definição 5.2 se optou por representar os comportamentos possíveis de *Org* apenas pelas suas acções "básicas" (para as quais existem especificados em *Org* as respectivas capacidades e canais de influência), através das quais se podem deduzir outras acções (de acordo com a lógica $Lact_N$). Isto é, se $\Gamma \in B_{Org}$ então o seguinte conjunto representa completamente as acções cuja execução é derivável a partir desse comportamento: $\{B: \Gamma \vdash_{LactN} B$ e $B \in ACTS_{LactN}\}$. Por outro lado, repare-se que cada *comportamento possível* $\Gamma \in B_{Org}$ não inclui as negações dos actos não executados (i.e., mais precisamente, não deriváveis). O conjunto que traduz mais concretamente as intuições propostas para representar cada *comportamento possível* $\Gamma \in B_{Org}$ é de facto o conjunto $\Gamma^*=\{B: \Gamma\vdash_{LactN} B \text{ e } B\in ACTS_{LactN}\}\cup\{\neg B: \Gamma\not\vdash_{LactN} B \text{ e } B\in ACTS_{LactN}\}$. Optou-se, no entanto, por representar cada *comportamento possível* apenas pelo conjunto dos seus "actos relevantes", assumindo-se implicitamente como não executados todos os actos que não podem ser deduzidos desses "actos relevantes" (de acordo com a lógica $Lact_N$). Tal não é problemático, uma vez que se provará a seguir que para a dedução (na lógica $Lact_N$) de fórmulas de $ACTS_{LactN}$ é irrelevante utilizar $\Gamma\in B_{Org}$ ou Γ^*, e é nesse tipo de deduções que se baseará a análise de organizações proposta nesta dissertação (como se verá na subsecção 5.2). Assim, sendo irrelevante (para os fins em vista) trabalhar com B_{Org} ou com $\{\Gamma^*: \Gamma\in B_{Org}\}$, opta-se naturalmente por B_{Org} que tem a vantagem de incluir apenas conjuntos de fórmulas finitos.

As próximas definições e resultados (lemas) destinam-se a demonstrar que dada um organização *Org* e $B\in ACTS_{LactN}$, verifica-se para todo o $\Gamma\in B_{Org}$: $\Gamma\vdash_{LactN} B$ sse $\Gamma^*\vdash_{LactN} B$, resultado que, como se observou, é central para permitir efectuar a análise de organizações a partir de B_{org}, mantendo as intuições desejadas.

Definição 5.4: Extensões seguras de um modelo para $Lact_N$

Seja $M=\langle W, f_1, ..., f_N, g_1, ..., g_N, {}_1h_1, ..., {}_1h_N, ..., {}_Nh_1, ..., {}_Nh_N, V\rangle\in \mathcal{C}Lact_N$, $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq W$ ($n\geq1$) e $\alpha\notin W$. A extensão segura de M (com base em $[\{\alpha_1,...,\alpha_n\}, \alpha]$) é a estrutura

$$M^\#=\langle W^\#, f^\#_1, ..., f^\#_N, g^\#_1, ..., g^\#_N, {}_1h^\#_1, ..., {}_1h^\#_N, ..., {}_Nh^\#_1, ..., {}_Nh^\#_N, V^\#\rangle$$

onde:

(i) $W^\#=W\cup\{\alpha\}$;
(ii) $f^\#_x: 2^{W^\#}\rightarrow 2^{W^\#}$ $(x = 1, ..., N)$;
(iii) $g^\#_x: 2^{W^\#}\rightarrow 2^{W^\#}$ $(x = 1, ..., N)$;
(iv) ${}_xh^\#_y: 2^{W^\#}\rightarrow 2^{W^\#}$ $(x,y = 1, ..., N)$;
(v) $V^\#: \{p_1, p_2, ...\}\rightarrow 2^{W^\#}$

e verificando ainda as seguintes condições:

(vi) $V^\#(p_i) = V(p_i)\cup\{\alpha\}$, se $\alpha_1\in V(p_i)$; e (para $i=1, 2, ...$)
$V(p_i)$, caso contrário

(vii) para todo X subconjunto de W e x=1,...,N:

$f^{\#}_x(X) = f_x(X)$

$f^{\#}_x(X\cup\{\alpha\})$ $= f_x(X)\cup\{\alpha\}$, se $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq f_x(X)$; e

$= f_x(X)$, caso contrário

(viii) para todo X subconjunto de W e x=1,...,N:

$g^{\#}_x(X) = g_x(X)$

$g^{\#}_x(X\cup\{\alpha\})$ $= g_x(X)\cup\{\alpha\}$, se $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq g_x(X)$; e

$= g_x(X)$, caso contrário

(ix) para todo X subconjunto de $W^{\#}$ e x,y=1,...,N:

${}_xh^{\#}_y(X)$ $= {}_xh_y(X\cap W)\cup\{\alpha\}$, se $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq {}_xh_y(X\cap W)$; e

$= {}_xh_y(X\cap W)$, caso contrário ♦

As intuições em que se baseia esta definição serão explicadas à frente. Repare-se que dada uma extensão segura de *M* (com base em $[\{\alpha_1,...,\alpha_n\}, \alpha]$), verifica-se (para x,y=1,...,N):

(I) $V^{\#}(p_i)\cap W=V(p_i)$

(II) $(\forall\ X\subseteq W^{\#})\ f^{\#}_x(X)\cap W=f_x(X\cap W)$

(III) $(\forall\ X\subseteq W^{\#})\ g^{\#}_x(X)\cap W=g_x(X\cap W)$

(IV) $(\forall\ X\subseteq W)\ (\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq {}_xh_y(X) \Rightarrow {}_xh^{\#}_y(X)={}_xh_y(X\cap W)\cup\{\alpha\})$

Lema 5.1: Seja $M\in \mathcal{C}\mathrm{Lact}_N$ e $M^{\#}$ uma extensão segura de *M*. Então $M^{\#}\in \mathcal{C}\mathrm{Lact}_N$.

Demonstração: Seja $M\in \mathcal{C}\mathrm{Lact}_N$. Veja-se então que o modelo $M^{\#}$ satisfaz os requisitos apresentados na Definição 4.2. (note-se que se mantêm para as funções $V^{\#}$, $f^{\#}_x$, $g^{\#}_x$ e ${}_xh^{\#}_y$ (x,y=1,...,N) assinaturas idênticas às das funções V, f_x, g_x e ${}_xh_y$ (x,y=1,...,N)) No que se segue, $\omega\in W^{\#}$ (i.e., ou $\omega\in W$ ou $\omega=\alpha$, os dois casos analisados nesta demonstração) e $X,Y\subseteq W^{\#}$.

(i) $W^{\#}\neq\emptyset$: Imediato, pela definição de $W^{\#}$ [Definição 5.4(i)].

(ii) (te), i.e. $f^{\#}_x(X)\subseteq X$: Suponha-se que $\omega\in f^{\#}_x(X)$.

Caso 1: $\omega\in W$. Tem-se:

$\omega\in f^{\#}_x(X)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(vii)]

$\omega \in f_x(X \cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 4.2(te)]

$\omega \in X$.

Caso 2: $\omega = \alpha$. Então $X = (X \cap W) \cup \{\alpha\}$ [Definição 5.4(vii)].[77] Consequentemente $\alpha \in X$.

(iii) (ce), i.e. $f^{\#}_x(X) \cap f^{\#}_x(Y) \subseteq f^{\#}_x(X \cap Y)$: Suponha-se que $\omega \in f^{\#}_x(X) \cap f^{\#}_x(Y)$.

Caso 1: $\omega \in W$. Tem-se:

$\omega \in f^{\#}_x(X) \cap f^{\#}_x(Y)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(vii)]

$\omega \in f_x(X \cap W) \cap f_x(Y \cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 4.2(te)]

$\omega \in f_x((X \cap Y) \cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(vii)]

$\omega \in f^{\#}_x(X \cap Y)$

Caso 2: $\omega = \alpha$. Então verifica-se [Definição 5.4(vii)]: $X = (X \cap W) \cup \{\alpha\}$, $Y = (Y \cap W) \cup \{\alpha\}$, $\{\alpha_1, ..., \alpha_n\} \subseteq f_x(X \cap W)$ e $\{\alpha_1, ..., \alpha_n\} \subseteq f_x(Y \cap W)$. Então $X \cap Y = ((X \cap Y) \cap W) \cup \{\alpha\}$ e $\{\alpha_1, ..., \alpha_n\} \subseteq f_x((X \cap Y) \cap W)$ [Definição 4.2(ce)]. Tem-se portanto $\alpha \in f^{\#}_x(X \cap Y)$ [Definição 5.4(vii)].

(iv) (noe), i.e. $f^{\#}_x(W^{\#}) = \emptyset$: Uma vez que $f_x(W) = \emptyset$ [Definição 4.2(noe)], tem-se $\{\alpha_1, ..., \alpha_n\} \not\subseteq f_x(W)$ (pois $n \geq 1$). Então $f^{\#}_x(W \cup \{\alpha\}) = f_x(W)$ [Definição 5.4(vii)]. Conclui-se portanto $f^{\#}_x(W^{\#}) = \emptyset$.

(v) (eenoe), i.e. $f^{\#}_x(f^{\#}_y(X)) \subseteq W^{\#} - f^{\#}_x(X)$, para $x \neq y$: Suponha-se que $\omega \in f^{\#}_x(f^{\#}_y(X))$.

Caso 1: $\omega \in W$. Tem-se:

$\omega \in f^{\#}_x(f^{\#}_y(X))$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(vii)] (aplicada às funções $f^{\#}_x$ e $f^{\#}_y$)

$\omega \in f_x(f_y(X \cap W))$

$\Rightarrow$ [Definição 4.2(eenoe)]

$\omega \notin f_x(X \cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(vii)]

$\omega \notin f^{\#}_x(X)$

Caso 2: $\omega = \alpha$. Tem-se:

$\alpha \in f^{\#}_x(f^{\#}_y(X))$

[77] Repare-se que caso se tivesse optado por definir $f^{\#}_x$ de modo análogo a ${}_xh^{\#}_y$, não se teria necessariamente $X = (X \cap W) \cup \{\alpha\}$, cuja verificação é essencial para se provar a restrição (te). Razões análogas justificam a definição de $g^{\#}_x$. Finalmente note-se que a definição de ${}_xh^{\#}_y$ não poderia ter sido feita de modo análogo a $f^{\#}_x$ e $g^{\#}_x$, como se mostrará adiante no Lema 5.4 (precisamente por não se verificar (ti), i.e. ${}_xh^{\#}_y(X) \subseteq X$, para todo $X \subseteq W^{\#}$).

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(vii)] (aplicada às funções $f^{\#}_{x}$ e $f^{\#}_{y}$)

$\{\alpha_1,...,\alpha_n\} \subseteq f_x(f_y(X \cap W))$

$\Rightarrow$ [Definição 4.2(eenoe)]

$\{\alpha_1,...,\alpha_n\} \not\subseteq f_x(X \cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(vii)]

$\alpha \notin f^{\#}_{x}(X)$

(vi) (tg), i.e. $g^{\#}_{x}(X) \subseteq X$: prova análoga a (ii).

(vii) (cg), i.e. $g^{\#}_{x}(X) \cap g^{\#}_{x}(Y) \subseteq g^{\#}_{x}(X \cap Y)$: prova análoga a (iii).

(viii) (nog), i.e. $g^{\#}_{x}(W^{\#}) = \emptyset$: prova análoga a (iv).

(ix) (qg), i.e. $g^{\#}_{x}(g^{\#}_{y}(X)) \subseteq g^{\#}_{x}(X)$: Suponha-se que $\omega \in g^{\#}_{x}(g^{\#}_{y}(X))$.

Caso 1: $\omega \in W$.

$\omega \in g^{\#}_{x}(g^{\#}_{y}(X))$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(viii)] (aplicada às funções $g^{\#}_{x}$ e $g^{\#}_{y}$)

$\omega \in g_x(g_y(X \cap W))$

$\Rightarrow$ [Definição 4.2(qg)]

$\omega \in g_x(X \cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(viii)]

$\omega \in g^{\#}_{x}(X)$

Caso 2: $\omega = \alpha$. Tem-se:

$\alpha \in g^{\#}_{x}(g^{\#}_{y}(X))$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(viii)] (aplicada à função $g^{\#}_{x}$)

$\alpha \in g^{\#}_{y}(X)$ e $\{\alpha_1,...,\alpha_n\} \subseteq g_x(g^{\#}_{y}(X) \cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(viii)] (aplicada à função $g^{\#}_{y}$)

$\alpha \in g^{\#}_{y}(X)$ e $\{\alpha_1,...,\alpha_n\} \subseteq g_x(g_y(X \cap W))$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(viii); Definição 4.2(qg)]

$X = (X \cap W) \cup \{\alpha\}$ e $\{\alpha_1,...,\alpha_n\} \subseteq g_x(X \cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(viii)]

$\alpha \in g^{\#}_{x}(X)$

(x) (eg), i.e. $f^{\#}_{x}(X) \subseteq g^{\#}_{x}(X)$: Suponha-se que $\omega \in f^{\#}_{x}(X)$.

Caso 1: $\omega \in W$. Tem-se:

$\omega \in f^{\#}_{x}(X)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(vii)]

$\omega \in f_x(X \cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 4.2(eg)]

$\omega \in g_x(X \cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(viii)]

$\omega\in g^{\#}_{x}(X)$

Caso 2: $\omega=\alpha$. Então $X=(X\cap W)\cup\{\alpha\}$ e $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq f_x(X\cap W)$ [Definição 5.4(vii)]. Tem-se portanto $\alpha\in g^{\#}_{x}(X)$ [Definição 4.2(eg)].

(xi) (dir.control), i.e. $f^{\#}_{x}(g^{\#}_{y}(X))\subseteq {}_{x}h^{\#}_{y}(X)$: Suponha-se que $\omega\in f^{\#}_{x}(g^{\#}_{y}(X))$.

Caso 1: $\omega\in W$. Tem-se:

$\omega\in f^{\#}_{x}(g^{\#}_{y}(X))$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(vii e viii)]

$\omega\in f_x(g_y(X\cap W))$

$\Rightarrow$ [Definição 4.2(dir.control)]

$\omega\in {}_{x}h_{y}(X\cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(ix)]

$\omega\in {}_{x}h^{\#}_{y}(X)$

Caso 2: $\omega=\alpha$. Então $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq {}_{x}h_{y}(X\cap W)$ [Definição 5.4(vii e viii); Definição 4.2(dir.control)]. Tem-se portanto $\alpha\in {}_{x}h^{\#}_{y}(X)$ [Definição 5.4(ix)].

(xii) (eeeg), i.e. $f^{\#}_{x}(f^{\#}_{y}(X))\subseteq f^{\#}_{x}(g^{\#}_{y}(X))$: Suponha-se que $\omega\in f^{\#}_{x}(f^{\#}_{y}(X))$.

Caso 1: $\omega\in W$. Tem-se:

$\omega\in f^{\#}_{x}(f^{\#}_{y}(X))$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(vii)] (aplicada às funções $f^{\#}_{x}$ e $f^{\#}_{y}$)

$\omega\in f_x(f_y(X\cap W))$

$\Rightarrow$ [Definição 4.2(eeeg)]

$\omega\in f_x(g_y(X\cap W))$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(viii)]

$\omega\in f_x(g^{\#}_{y}(X)\cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(vii)]

$\omega\in f^{\#}_{x}(g^{\#}_{y}(X))$

Caso 2: $\omega=\alpha$. Tem-se:

$\alpha\in f^{\#}_{x}(f^{\#}_{y}(X))$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(vii)] (aplicada à função $f^{\#}_{x}$)

$\alpha\in f^{\#}_{y}(X)$ e $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq f_x(f^{\#}_{y}(X)\cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(vii)] (aplicada à função $f^{\#}_{y}$)

$\alpha\in f^{\#}_{y}(X)$ e $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq f_x(f_y(X\cap W))$

$\Rightarrow$ [Definição 4.2(eeeg)]

$\alpha\in f^{\#}_{y}(X)$ e $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq f_x(g_y(X\cap W))$

$\Rightarrow$ [$f^{\#}_{y}(X)\subseteq g^{\#}_{y}(X)$; Definição 5.4(viii)]

$\alpha\in g^{\#}_{y}(X)$ e $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq f_x(g^{\#}_{y}(X)\cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(vii)]

$\alpha\in f^{\#}_{x}(g^{\#}_{y}(X))$

(xiii) (gegg), i.e. $g^{\#}_{x}(f^{\#}_{y}(X))\subseteq g^{\#}_{x}(g^{\#}_{y}(X))$: prova análoga a (xii).

(xiv) (ci), i.e. ${}_{x}h^{\#}_{y}(X)\cap{}_{x}h^{\#}_{y}(Y)\subseteq{}_{x}h^{\#}_{y}(X\cap Y)$: Suponha-se que $\omega\in{}_{x}h^{\#}_{y}(X)\cap{}_{x}h^{\#}_{y}(Y)$.

Caso 1: $\omega\in W$. Prova análoga a (iii-caso1).

Caso 2: $\omega=\alpha$. Tem-se:

$\alpha\in{}_{x}h^{\#}_{y}(X)\cap{}_{x}h^{\#}_{y}(Y)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(ix)]

$\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq{}_{x}h_{y}(X\cap W)$ e $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq{}_{x}h_{y}(Y\cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 4.2(ci)]

$\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq{}_{x}h_{y}((X\cap Y)\cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(ix)]

$\alpha\in{}_{x}h^{\#}_{y}(X\cap Y)$

(xv) (nofi), i.e. ${}_{x}h^{\#}_{y}(\varnothing)=\varnothing$: Uma vez que ${}_{x}h_{y}(\varnothing)=\varnothing$ [Definição 4.2(nofi)], tem-se $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\not\subseteq{}_{x}h_{y}(\varnothing)$ (pois $n\geq 1$). Então ${}_{x}h^{\#}_{y}(\varnothing)={}_{x}h_{y}(\varnothing\cap W)$ [Definição 5.4(ix)]. Conclui-se portanto ${}_{x}h^{\#}_{y}(\varnothing)=\varnothing$.

(xvi) (noi), i.e. ${}_{x}h^{\#}_{y}(W^{\#})=\varnothing$: Uma vez que ${}_{x}h_{y}(W)=\varnothing$ [Definição 4.2(noi)], tem-se $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\not\subseteq{}_{x}h_{y}(W)$ (pois $n\geq 1$). Então ${}_{x}h^{\#}_{y}(W^{\#})={}_{x}h_{y}(W^{\#}\cap W)$ [Definição 5.4(ix)]. Conclui-se portanto ${}_{x}h^{\#}_{y}(W^{\#})=\varnothing$.

(xvii) (trans.inf), i.e., ${}_{x}h^{\#}_{y}(X)\cap g^{\#}_{y}(X)\subseteq g^{\#}_{x}(X)$: Suponha-se que $\omega\in{}_{x}h^{\#}_{y}(X)\cap g^{\#}_{y}(X)$.

Caso 1: $\omega\in W$. Tem-se:

$\omega\in{}_{x}h^{\#}_{y}(X)\cap g^{\#}_{y}(X)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(vii e ix)]

$\omega\in{}_{x}h_{y}(X\cap W)\cap g_{y}(X\cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 4.2(trans.inf)]

$\omega\in g_{x}(X\cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(viii)]

$\omega\in g^{\#}_{x}(X)$

Caso 2: $\omega=\alpha$. Tem-se:

$\alpha\in{}_{x}h^{\#}_{y}(X)\cap g^{\#}_{y}(X)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(vii e ix)]

$X=(X\cap W)\cup\{\alpha\}$ e $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq g_{y}(X\cap W)$ e $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq{}_{x}h_{y}(X\cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 4.2(trans.inf)]

$X=(X\cap W)\cup\{\alpha\}$ e $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq g_{x}(X\cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(viii)]

$\alpha\in g^{\#}_{x}(X)$

Portanto, uma vez que o modelo $M^{\#}$ satisfaz todos os requisitos apresentados na Definição 4.2, pode concluiu-se que $M^{\#} \in$ CLact$_N$. ♦

Lema 5.2: Seja $M \in \mathcal{C}$Lact$_N$ e $M^{\#}$ uma extensão segura de M. Então:

$\|A\|^M = \|A\|^{M^{\#}} \cap W$, para toda a fórmula $A \in$ Form(L).

Demonstração: Seja $M \in \mathcal{C}$Lact$_N$ e seja $M^{\#}$ uma extensão segura de M. Demonstra-se na complexidade da fórmula A, que se verifica $\|A\|^M = \|A\|^{M^{\#}} \cap W$ para qualquer fórmula $A \in$ Form(L). Consideram-se os seguintes casos, em que A é: (i) p_i (i=1, 2, ...), (ii) True, (iii) False, (iv) $\neg B$, (v) $B \rightarrow C$, (vi) $B \wedge C$, (vii) $B \vee C$, (viii) $B \leftrightarrow C$, (ix) $E_x B$, (x) $G_x B$. (xi) $_x I_y B$.

(i) A é p_i: $\|p_i\|^M = \|p_i\|^{M^{\#}} \cap W$ [Definição 5.4(vi); Resultado 2.8(i))].

(ii) A é True: $\|True\|^M = \|True\|^{M^{\#}} \cap W$ [Definição 5.4(i); Resultado 2.8(ii))].

(iii) A é False: $\|False\|^M = \|False\|^{M^{\#}} \cap W$ [Resultado 2.8(iii))].

(iv) A é $\neg B$:

Suponha-se, por hipótese de indução, que $\|B\|^M = \|B\|^{M^{\#}} \cap W$. Tem-se:

$\|\neg B\|^M$

= [Resultado 2.8(iv)]

$W - \|B\|^M$

= (hipótese de indução)

$W - (\|B\|^{M^{\#}} \cap W)$

=

$(W^{\#} - \|B\|^{M^{\#}}) \cap W$

= [Resultado 2.8(iv)]

$\|\neg B\|^{M^{\#}} \cap W$

(v) A é $B \rightarrow C$:

Suponha-se, por hipótese de indução, que $\|B\|^M = \|B\|^{M^{\#}} \cap W$ e $\|C\|^M = \|C\|^{M^{\#}} \cap W$. Tem-se:

$\|B \rightarrow C\|^M$

= [Resultado 2.8(vii)]

$(W - \|B\|^M) \cup \|C\|^M$

= (hipótese de indução)

$(W - (\|B\|^{M^{\#}} \cap W)) \cup (\|C\|^{M^{\#}} \cap W)$

=

$((W^{\#} - \|B\|^{M^{\#}}) \cap W) \cup (\|C\|^{M^{\#}} \cap W)$

=

$((W^{\#}-\|B\|^{M^{\#}})\cup\|C\|^{M^{\#}})\cap W$

= [Resultado 2.8(vii)]

$\|B\rightarrow C\|^{M^{\#}}\cap W$

(vi) A é $B\wedge C$: prova análoga a (v).

(vii) A é $B\vee C$: prova análoga a (v).

(viii) A é $B\leftrightarrow C$: prova análoga a (v).

(ix) A é E_xB:

Suponha-se, por hipótese de indução, que $\|B\|^{M}=\|B\|^{M^{\#}}\cap W$. Tem-se:

$\|E_xB\|^{M}$

= [Resultado 2.8 (ix)]

$f_x(\|B\|^{M})$

= (hipótese de indução)

$f_x(\|B\|^{M^{\#}}\cap W)$

= [Definição 5.4(vii)]

$f^{\#}{}_x(\|B\|^{M^{\#}})\cap W$

= [Resultado 2.8 (ix)]

$\|E_xB\|^{M^{\#}}\cap W$

(x) A é G_xB: prova análoga a (ix).

(xi) A é ${}_xI_yB$: prova análoga a (ix). ♦

Lema 5.3: Seja M=<W, f_1, ..., f_N, g_1, ..., g_N, ${}_1h_1$, ..., ${}_1h_N$, ..., ${}_Nh_1$, ..., ${}_Nh_N$, V>∈ $\mathcal{C}$Lact$_N$, $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq W$ (n≥1) e $\alpha\notin W$. E seja $M^{\#}$ a extensão segura de M (com base em $[\{\alpha_1,...,\alpha_n\}, \alpha]$). Então:

$\alpha_1\in\|A\|^{M}$ sse $\alpha\in\|A\|^{M^{\#}}$, para toda a fórmula A∈ Form(L_{PL}).

Demonstração: Seja M=<W, f_1, ..., f_N, g_1, ..., g_N, ${}_1h_1$, ..., ${}_1h_N$, ..., ${}_Nh_1$, ..., ${}_Nh_N$, V>∈ $\mathcal{C}$Lact$_N$, $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq W$ (n≥1) e $\alpha\notin W$. E seja $M^{\#}$ a extensão segura de M (com base em $[\{\alpha_1,...,\alpha_n\}, \alpha]$)). Demonstra-se na complexidade da fórmula A, que se verifica: $\alpha_1\in\|A\|^{M}$ sse $\alpha\in\|A\|^{M^{\#}}$, para toda a fórmula A∈Form(L_{PL}). Consideram-se os seguintes casos, em que A é: (i) p_i (i=1, 2, ...), (ii) True, (iii) False, (iv) ¬B, (v) $B\rightarrow C$, (vi) $B\wedge C$, (vii) $B\vee C$, (viii) $B\leftrightarrow C$.

(i) A é p_i: $\alpha_1\in\|p_i\|^{M}$ sse $\alpha\in\|p_i\|^{M^{\#}}$ [Definição 5.4(vi); Resultado 2.8(i))].

(ii) A é True: $\alpha_1\in\|True\|^{M}$ sse $\alpha\in\|True\|^{M^{\#}}$ [Definição 5.4(i); Resultado 2.8(ii))].

(iii) A é False: $\alpha_1\in\|False\|^{M}$ sse $\alpha\in\|False\|^{M^{\#}}$ [Resultado 2.8(iii))].

(a) A é ¬B:

Suponha-se, por hipótese de indução, que $\alpha_1 \in ||B||^{M}$ sse $\alpha \in ||B||^{M\#}$. Tem-se:

$\alpha_1 \in ||\neg B||^{M}$

sse [Resultado 2.8(iv)]

$\alpha_1 \notin ||B||^{M}$

sse (por hipótese de indução)

$\alpha \notin ||B||^{M\#}$

sse [Resultado 2.8(iv)]

$\alpha \in ||\neg B||^{M\#}$

(b) A é $B \rightarrow C$:

Suponha-se, por hipótese de indução, que "$\alpha_1 \in ||B||^{M}$ sse $\alpha \in ||B||^{M\#}$" e "$\alpha_1 \in ||C||^{M}$ sse $\alpha \in ||C||^{M\#}$". Tem-se:

$\alpha_1 \in ||B \rightarrow C||^{M}$

sse [Resultado 2.8(vii)]

$\alpha_1 \notin ||B||^{M}$ ou $\alpha_1 \in ||C||^{M}$

sse (por hipótese de indução)

$\alpha \notin ||B||^{M\#}$ ou $\alpha \in ||C||^{M\#}$

sse [Resultado 2.8(vii)]

$\alpha \in ||B \rightarrow C||^{M\#}$

(vi) A é $B \wedge C$: prova análoga a (v).

(vii) A é $B \vee C$: prova análoga a (v).

(viii) A é $B \leftrightarrow C$: prova análoga a (v). ♦

Lema 5.4: Seja $\Delta \subseteq ACTS_{PL}$ e $\{A_1, ..., A_n\} \subseteq ACTS_{LactN}$ $(n \geq 1)$. Então:

se $\Delta \vdash_{LactN} (A_1 \vee ... \vee A_n)$, então existe um i (i = 1,...,n) tal que $\Delta \vdash_{LactN} A_i$

Demonstração: Seja $\Delta \subseteq ACTS_{PL}$ e $\{A_1, ..., A_n\} \subseteq ACTS_{LactN}$ $(n \geq 1)$. Este resultado é imediato no caso em que $C\varnothing n_{LactN}\ \Delta$ [Resultado 2.2(ix)]. Veja-se então o caso em que $Con_{LactN}\Delta$. Esta demonstração é efectuada por contra-recíproco: Suponha-se que $(\forall\ i=1,\ldots,n)$ $\Delta \nvdash_{LactN} A_i$. Tem-se:

$(\forall\ i=1,...,n)\ \Delta \nvdash_{LactN} A_i$

sse [Resultado 2.5(i)]

$(\forall\ i=1,...,n)\ (\exists\ \Delta_i)\ (Max_{LactN}\ \Delta_i$ e $\Delta \subseteq \Delta_i$ e $A_i \notin \Delta_i)$ (1)

Seja $M^c = \langle W, f_1, ..., f_N, g_1, ..., g_N, {}_1h_1, ..., {}_1h_N, ..., {}_Nh_1, ..., {}_Nh_N, P \rangle$ o menor modelo mínimo canónico para $Lact_N$. (Note-se que $M^c \in \mathcal{C}Lact_N$ [Resultado 4.4]) Então verifica-se [(1); Definição 4.3]: $(\forall\ i=1,...,n)\ (\exists \alpha_i \in W)\ (\Delta \subseteq \alpha_i$ e $A_i \notin \alpha_i)$. Daqui conclui-se [Resultado 2.13; Resultado 4.3]:

(A) $(\forall\ i=1,...,n)\ \mathcal{M},\alpha_i \vDash \neg A_i$; e

(B) $(\forall\ i=1,...,n)\ (\forall\ B\in\Delta)\ \mathcal{M},\alpha_i \vDash B$.

Demonstra-se à frente que a partir do modelo $\mathcal{M}^c$ é possível construir um modelo $\mathcal{M}^{\#}\in\mathcal{C}\text{Lact}_N$ com um mundo α em $\mathcal{M}^{\#}$ onde se verifica:

(C) $(\forall\ i=1,...,n)\ \mathcal{M}^{\#},\alpha \vDash \neg A_i$; e

(D) $(\forall\ B\in\Delta)\ \mathcal{M}^{\#},\alpha \vDash B$.

Um modelo com estas propriedades permite concluir esta demonstração da seguinte maneira: $\mathcal{M}^{\#},\alpha \not\vDash (A_1\vee...\vee A_n)$ [(C); Definição 2.5(iv e vii)]. Então $\Delta \not\vDash_{\mathcal{C}\text{Lact}_N} (A_1\vee...\vee A_n)$ [(D); Definição 2.10]. Consequentemente $\Delta \nvdash_{\text{Lact}_N} (A_1\vee...\vee A_n)$ [Resultado 4.6].

Seja então $\alpha\notin W$ e seja $\mathcal{M}^{\#}=<W^{\#},f^{\#}_1,...,f^{\#}_N,g^{\#}_1,...,g^{\#}_N,{}_1h^{\#}_1,...,{}_1h^{\#}_N,...,{}_Nh^{\#}_1,...,{}_Nh^{\#}_N,V^{\#}>$ a extenção segura de $\mathcal{M}^c$ com base em $[\{\alpha_1,...,\alpha_n\},\alpha]$. $\mathcal{M}^{\#}\in\mathcal{C}\text{Lact}_N$ [Lema 5.1].

Repare-se que, a fim de validar as asserções (C) e (D) mencionadas acima, as alíneas (vii), (viii) e (ix) da Definição 5.4 têm como objectivo assegurar que no mundo α são verdadeiras apenas as "acções" (i.e. fórmulas da forma E_xA, G_xA e ${}_xI_yA$) simultaneamente verdadeiras nos mundos $\alpha_1,...,\alpha_n$. Isto é obtido através da inclusão do mundo α em $f^{\#}_x(\|A\|^{\mathcal{M}\#})$ (resp. $g^{\#}_x(\|A\|^{\mathcal{M}\#})$ e ${}_xh^{\#}_y(\|A\|^{\mathcal{M}\#})$) na condição $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq f_x(\|A\|^{\mathcal{M}})$ (resp. $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq g_x(\|A\|^{\mathcal{M}})$ e $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}\subseteq {}_xh_y(\|A\|^{\mathcal{M}})$). A Figura 5-2 apresenta uma representação do conjunto $W^{\#}$ ilustrando a estratégia adoptada na construção de $\mathcal{M}^{\#}$.

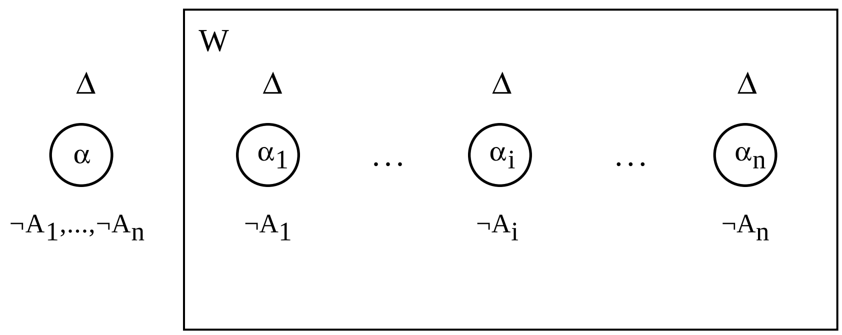

Figura 5-2: Veracidade das fórmulas em Δ e das fórmulas A_j (j=1,...,n) nos mundos de $W^{\#}$.

Repare-se ainda que, de acordo com a alínea (vi) da Definição 5.4, opta-se por estabelecer no mundo α a mesma veracidade das fórmulas proposicionais do mundo α_1. No entanto, poder-se-ia ter optado, em vez do mundo α_1, por qualquer um dos restantes mundos em $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}$. Genericamente pretende-se assegurar que α seja uma cópia de um dos α_i's no que respeita às fórmulas proposicionais a fim de garantir a asserção (D), i.e. $(\forall\ B\in\Delta)\ \mathcal{M}^{\#},\alpha \vDash B$.

Conclui-se esta demonstração com a prova das asserções (C) e (D) mencionadas acima. Veja-se primeiro que se verifica (C), i.e. $(\forall\ i=1,...,n)\ \mathcal{M}^{\#},\alpha \vDash \neg A_i$: Seja $i\in\{1,...,n\}$. Por (A) verifica-se

$M,\alpha_i \models \neg A_i$. Uma vez que $A_i \in ACTS_{LactN}$, têm que ser considerados três casos (para alguma fórmula $B \in Form(L)$): (i) A_i é E_xB; (ii) A_i é G_xB; e (iii) A_i é ${}_xI_yB$.

(i) A_i é E_xB. Tem-se:

$M,\alpha_i \models \neg E_xB$

sse

$\alpha_i \notin f_x(\|B\|^M)$

sse [Lema 5.2]

$\alpha_i \notin f_x(\|B\|^{M\#} \cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(vii)]

$\alpha \notin f^\#_x(\|B\|^{M\#})$

sse

$M^\#,\alpha \models \neg E_xB$

(ii) A_i é G_xB: prova análoga a (i).

(iii) A_i é ${}_xI_yB$: prova análoga a (i).

Concluiu-se portanto $(\forall\ i=1,...,n)\ M^\#,\alpha \models \neg A_i$.

Finalmente veja-se que se verifica (D), i.e. $(\forall\ B \in \Delta)\ M^\#,\alpha \models B$: Seja $B \in \Delta$. Uma vez que $\Delta \subseteq ACTS_{PL}$, têm que ser considerados três casos: (i) B é E_xC ($C \in Form(L_{PL})$); (ii) B é G_xC ($C \in Form(L_{PL})$); e (iii) B é ${}_xI_yC$ ($C \in Form(L)$):

(i) B é E_xC: Neste caso, por (B), $(\forall\ i=1,...,n)\ M,\alpha_i \models E_xC$. Então:

(1) $\{\alpha_1,...,\alpha_n\} \subseteq f_x(\|C\|^M)$; e

(2) $\alpha_1 \in \|C\|^M$ [(1); Lema 5.1; Definição 4.2(te)].

Por (1) e pelo Lema 5.2 conclui-se $\{\alpha_1,...,\alpha_n\} \subseteq f_x(\|C\|^{M\#} \cap W)$. Por (2) e pelo Lema 5.3 [78] conclui-se $\alpha \in \|C\|^{M\#}$ (pois $C \in Form(L_{PL})$), e portanto $\|C\|^{M\#} = (\|C\|^{M\#} \cap W) \cup \{\alpha\}$. Então $M^\#,\alpha \models f^\#_x(\|C\|^{M\#})$ [Definição 5.4(vii)], i.e. $M^\#,\alpha \models E_xC$.

(ii) B é G_xC: prova análoga a (i).

(iii) B é ${}_xI_yC$ ($C \in Form(L)$): Neste caso, por (B), $(\forall\ i=1,...,n)\ M,\alpha_i \models {}_xI_yC$. Tem-se:

$(\forall\ i=1,...,n)\ M,\alpha_i \models {}_xI_yC$

$\Rightarrow$ [Lema 5.2]

$\{\alpha_1,...,\alpha_n\} \subseteq {}_xh_y(\|C\|^{M\#} \cap W)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.4(vii)]

$\alpha \in {}_xh^\#_y(\|C\|^{M\#})$

sse

$M^\#,\alpha \models {}_xI_yC$ [79]

---

[78] É aqui importante assegurar que α seja uma cópia de um dos α_i's no que respeita às fórmulas proposicionais.

Concluiu-se portanto que $(\forall\ B \in \Delta)\ M^{\#},\alpha \models B$. ♦

Lema 5.5: Seja $\Gamma \subseteq Form(L)$ e $H=\{A: \Gamma \vdash_{LactN} A \text{ e } A \in Form(L)\}$. Então:

(i) $(\forall\ B \in Form(L))\ (\Gamma \vdash_{LactN} B$ sse $H \vdash_{LactN} B)$

(ii) $Con_{LactN}\ \Gamma$ sse $Con_{LactN}\ H$

Demonstração:

(i) Seja $B \in Form(L)$.

$\Gamma \vdash_{LactN} B \Rightarrow H \vdash_{LactN} B$: imediato [Resultado 2.2(iv)].

$H \vdash_{LactN} B \Rightarrow \Gamma \vdash_{LactN} B$:

Suponha-se que $H \vdash_{LactN} B$. Tem-se:

$H \vdash_{LactN} B$

sse [Definição 2.1]

$(\exists\ B_1, ..., B_n \in H) \vdash_{LactN} (B_1 \wedge ... \wedge B_n) \rightarrow B$

$\Rightarrow$ [Resultado 2.1(iv); Resultado 2.2(viii)] (e definição de H)

$\Gamma \vdash_{LactN} (B_1 \wedge ... \wedge B_n)$ e $\{B_1 \wedge ... \wedge B_n\} \vdash_{LactN} B$

$\Rightarrow$ [Resultado 2.2(v)]

$\Gamma \vdash_{LactN} B$

(ii) imediato, por (i). ♦

Lema 5.6: Seja *Org* a estrutura de uma organização e $\Gamma \in B_{Org}$. Então:

$Con_{LactN}\ \Gamma^*$

onde $\Gamma^*=\{B: \Gamma \vdash_{LactN} B \text{ e } B \in ACTS_{LactN}\} \cup \{\neg B: \Gamma \not\vdash_{LactN} B \text{ e } B \in ACTS_{LactN}\}$.

Demonstração: Comece-se por fixar uma enumeração $B_1, B_2, B_3, ...$ das fórmulas em $\{\neg B: \Gamma \not\vdash_{LactN} B \text{ e } B \in ACTS_{LactN}\}$ e considere-se a seguinte sequência de conjuntos de fórmulas $\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2, ...$ tal que: (i) $\Delta_0=H=\{B: \Gamma \vdash_{LactN} B \text{ e } B \in Form(L)\}$; $\Delta_n= \Delta_{n-1} \cup \{B_n\}$ (para $n>0$). Considere-se adicionalmente $\Delta= \bigcup_{n\geq 0} \Delta_n$.

[79] Repare-se que a prova do caso (iii) não poderia ser feita do mesmo modo que a prova do caso (i). Isto deve-se ao facto de não se verificar a condição (ti), i.e. ${}_xh_y(X) \subseteq X$, para todo $X \subseteq W$. Consequentemente não se poderia usar em (iii) uma conclusão análoga a (2). Esta é a razão porque a definição de ${}_xh^{\#}_y$ não poderia ter sido feita de modo análogo a $f^{\#}_x$ e $g^{\#}_x$.

Repare-se que, de acordo com esta construção, verifica-se obviamente: (i) se $i \geq j$ então $\Delta_i \subseteq \Delta_j$; e (ii) $\Gamma^* = \Delta$. Por outro lado qualquer fórmula de Δ ou é uma fórmula de H, ou é uma fórmula da enumeração B_1, B_2, B_3, ... definida.

Demonstra-se à frente que se verifica:

(A) $(\forall\, n \geq 0)\ Con_{LactN}\ \Delta_n$; e

(B) $(\Delta' \subseteq \Delta$ e Δ' finito$) \Rightarrow (\exists\, n \geq 0)\ \Delta' \subseteq \Delta_n$.

Estas duas propriedades permitem concluir esta demonstração da seguinte maneira: Suponha-se, *per absurdum*, que $C\varnothing n_{LactN}\ \Delta$. Então $(\exists\, \Delta' \subseteq \Delta)$ (Δ' finito e $C\varnothing n_{LactN}\ \Delta'$) [Resultado 2.2(xiii)] e portanto $(\exists\, n \geq 0)$ ($\Delta' \subseteq \Delta_n$ e $C\varnothing n_{LactN}\ \Delta_n$) [(B); Resultado 2.2(xii)]. Mas isto contradiz (A). Consequentemente $Con_{LactN}\ \Delta$, i.e. $Con_{LactN}\ \Gamma^*$.

Conclui-se esta demonstração com a prova das asserções (A) e (B). Veja-se primeiro que se verifica (A), i.e. $(\forall\, n \geq 0)\ Con_{LactN}\ \Delta_n$ (demonstração por indução em n):

(i) *base de indução*: Uma vez que $\Gamma \in \mathcal{B}_{Org}$ tem-se $Con_{LactN}\ \Gamma$ [Definição 5.2]. Então $Con_{LactN} H$ [Lema 5.5(ii)], i.e. $Con_{LactN}\ \Delta_0$.

(ii) *passo de indução*:

Suponha-se, por hipótese de indução, que $Con_{LactN}\ \Delta_{n-1}$ e *per absurdum*, que $C\varnothing n_{LactN}\ \Delta_n$. Tem-se:

$C\varnothing n_{LactN}\ \Delta_n$

sse [Resultado 2.2(xv); definição de Δ_n]

$H \cup \{B_1, ..., B_{n-1}\} \vdash_{LactN} \neg B_n$

sse [Resultado 2.2(viii)]

$H \vdash_{LactN} B_1 \rightarrow (...(B_{n-2} \rightarrow (B_{n-1} \rightarrow \neg B_n)...)$

sse (inferência tautológica)

$H \vdash_{LactN} \neg B_1 \vee ... \vee \neg B_n$

sse [Lema 5.5(i)]

$\Gamma \vdash_{LactN} \neg B_1 \vee ... \vee \neg B_n$ (1)

Uma vez que $(\forall\, i=1,...,n)\ B_i \in \{\neg B: \Gamma \not\vdash_{LactN} B$ e $B \in ACTS_{LactN}\}$, conclui-se:

$(\forall\, i=1,...,n)\ (\exists\, C_i \in ACTS_{LactN})\ (\vdash_{LactN} C_i \leftrightarrow \neg B_i$ e $\Gamma \not\vdash_{LactN} C_i)$ (2)

Então $\Gamma \vdash_{LactN} C_1 \vee ... \vee C_n$ [(1); (2)], e portanto $(\exists\, i=1,...,n)\ \Gamma \vdash_{LactN} C_i$ [Lema 5.4 (uma vez que $\Gamma \in ACTS_{PL}$)]. Mas isto contradiz (2). Consequentemente $Con_{LactN}\ \Delta_n$.

Concluiu-se portanto que $(\forall\, n \geq 0)\ Con_{LactN}\ \Delta_n$.

Finalmente veja-se que se verifica (D), i.e. ($\Delta' \subseteq \Delta$ e Δ' finito) $\Rightarrow (\exists\, n \geq 0)\ \Delta' \subseteq \Delta_n$: Seja $\Delta' \subseteq \Delta$ (Δ' finito) e $I = \{i: B_i \in \Delta'\}$: Caso $I = \varnothing$, então $\Delta' \subseteq H$, pelo que basta considerar $n=0$; Caso contrário, considere-se $n = $máximo$(I)$ (repare-se que o máximo existe uma vez que é Δ' finito). Veja-se então que $\Delta' \subseteq \Delta_n$: seja $A \in \Delta'$. O caso em que $A \in H$ é imediato. Caso $A \notin H$ então A é uma fórmula ocorrendo na enumeração B_1, B_2, B_3, ... e portanto $A=B_k$ (para $k\in I$). Logo $k\leq n$ e consequentemente $A\in\Delta_n$ (uma vez que: $\Delta_k\subseteq\Delta_n$ e $B_k\in\Delta_k$). Então $\Delta'\subseteq\Delta_n$.

Concluiu-se portanto que ($\Delta'\subseteq\Delta$ e Δ' finito) $\Rightarrow$ $(\exists\ n\geq 0)\ \Delta'\subseteq\Delta_n$. ♦

Resultado 5.1: Seja *Org* a estrutura de uma organização e $B\in ACTS_{LactN}$. Então para todo o $\Gamma\in B_{Org}$:

$$\Gamma\vdash_{LactN} B \quad \text{sse} \quad \Gamma^*\vdash_{LactN} B$$

onde $\Gamma^*=\{B: \Gamma\vdash_{LactN} B \text{ e } B\in ACTS_{LactN}\}\cup\{\neg B: \Gamma\not\vdash_{LactN} B \text{ e } B\in ACTS_{LactN}\}$.

Demonstração: Seja $B\in ACTS_{LactN}$ e seja $\Gamma\in B_{Org}$.

(i) se $\Gamma\vdash_{LactN} B$ então $\Gamma^*\vdash_{LactN} B$: imediato [Resultado 2.2(vi)] (pois $\Gamma\subseteq\Gamma^*$).

(ii) se $\Gamma^*\vdash_{LactN} B$, então $\Gamma\vdash_{LactN} B$: Suponha-se, *per absurdum*, que $\Gamma^*\vdash_{LactN} B$ e que $\Gamma\not\vdash_{LactN} B$. Uma vez que $B\in ACTS_{LactN}$, têm que ser considerados três casos (para alguma fórmula $A\in Form(L)$): (i) B é E_xA; (ii) B é G_xA; e (iii) B é ${}_xI_yA$.

Caso 1: B é E_xA: Tem-se:

$\Gamma\not\vdash_{LactN} E_xA$

sse

$\neg E_xA\in\Gamma^*$

$\Rightarrow$ [Resultado 2.2(iv)]

$\Gamma^*\vdash_{LactN}\neg E_xA$ (i.e., $\Gamma^*\vdash_{LactN}\neg B$)

$\Rightarrow$ [Resultado 2.2(x)] (e pela hipótese inicial)

$C\emptyset n_{LactN}\ \Gamma^*$

No entanto $C\emptyset n_{LactN}\ \Gamma^*$ [Lema 5.6] (pois $\Gamma\in B_{Org}$). Tem-se portanto uma contradição.

Caso 2: B é G_xA: Prova análoga ao caso 1.

Caso 3: B é ${}_xI_yA$: Prova análoga ao caso 1.

Conclui-se portanto: se $\Gamma^*\vdash_{LactN} B$ então $\Gamma\vdash_{LactN} B$. ♦

Consequentemente é indiferente utilizar o conjunto B_{Org} ou o conjunto $\{\Gamma^*: \Gamma\in B_{Org}\}$ para suportar deduções de fórmulas de $ACTS_{LactN}$. Como as formalizações que serão propostas na subsecção 5.2 para analisar organizações se baseiam em deduções de fórmulas de $ACTS_{LactN}$, essa análise pode ser efectuada a partir do conjunto B_{Org}, que tem a vantagem de considerar apenas conjuntos de fórmulas finitos.

As intuições subjacentes à representação adoptada para o "conjunto de comportamentos possíveis" B_{Org} de uma organização *Org* podem ser também exploradas utilizando o menor modelo mínimo canónico para $Lact_N$. O conjunto de mundos possíveis do modelo M^c pode ser encarado como representando todas as possíveis situações (quando se consideram os agentes 1, ..., N). Ora na análise de uma organização *Org* apenas interessa considerar os "comportamentos potenciais" destes agentes (i.e. os comportamentos estritamente de acordo com as capacidades e os canais de influência especificados para cada um dos agentes da organização *Org*), pelo que de todas essas possíveis situações apenas são relevantes aquelas em que a organização *Org* se pode "encontrar" por via dos seus diferentes "comportamentos potenciais". Considere-se a seguinte definição:

Definição 5.5: Conjunto de situações de um comportamento possível

Seja *Org* a estrutura de uma organização e seja $\Gamma\in B_{Org}$. O *conjunto de situações do comportamento possível* Γ é definido por:

$$W^{\Gamma}_{Org}=\{Max_{LactN}\,\Delta\colon \Gamma^{*}\subseteq\Delta\}$$

onde $\Gamma^{*}=\{B\colon \Gamma\vdash_{LactN} B \text{ e } B\in ACTS_{LactN}\}\cup\{\neg B\colon \Gamma\nvdash_{LactN} B \text{ e } B\in ACTS_{LactN}\}$. ♦

Em primeiro lugar repare-se que se $\Gamma\in B_{Org}$ então $W^{\Gamma}_{Org}\neq\emptyset$ [Lema 5.6; Resultado 2.4]. Repare-se também que no menor modelo mínimo canónico M^c=<$W,f_1,...,f_N,g_1,...,g_N,{}_1h_1,...,{}_1h_N,...,{}_Nh_1,...,{}_Nh_N,V$> e $\Gamma\in B_{org}$ tem-se $W^{\Gamma}_{Org}\subseteq W$. Portanto o conjunto de mundos W^{Γ}_{Org} representa intuitivamente todas as possíveis situações em que a organização *Org* se pode "encontrar" quando o comportamento possível Γ (i.e. Γ^{*}) é executado. Consequentemente o conjunto de todas as possíveis situações em que a organização *Org* se pode "encontrar" por via das suas diferentes "actividades potenciais" é definido por:

Definição 5.6: Conjunto das situações de uma organização *Org*

Seja *Org* a estrutura de uma organização. O *conjunto das situações da organização Org* é definido por:

$$W_{Org} = \bigcup_{\Gamma\in B_{org}} W^{\Gamma}_{Org}.$$ ♦

Por outro lado repare-se que para todo o $\Gamma\in B_{org}$ e para todo o mundo $\alpha\in W^{\Gamma}_{Org}$ verifica-se $(\forall A\in\Gamma^{*})\ M^c,\alpha\vDash A$ [Resultado 2.13] (uma vez que $\Gamma^{*}\subseteq\alpha$). Portanto cada mundo $\alpha\in W^{\Gamma}_{Org}$ representa uma situação em que apenas são executados os actos em $\{B\colon \Gamma\vdash_{LactN} B \text{ e } B\in ACTS_{LactN}\}$.

Finalmente, note-se que para cada comportamento possível $\Gamma \in B_{Org}$, existem infinitos mundos em $W^{\Gamma}{}_{Org}$ (veja-se em [Chellas 80, pp. 55-57], como podem ser construídos os conjuntos maximais coerentes). As suas principais diferenças residem apenas na inclusão de diferentes fórmulas proposicionais. Intuitivamente, estas diferenças podem ser interpretadas como diferentes possíveis *ambientes organizacionais* em que a organização *Org* se pode encontrar.

5.2 Análise Suportada

O conjunto de comportamentos possíveis B_{org} de uma organização *Org* será aqui utilizado para suportar a análise dessa organização. A ideia básica utilizada nessa análise consiste na associação de uma fórmula de $Lact_N$ a cada "interrogação relevante", e na utilização (ou apenas confirmação da existência) dos "comportamentos possíveis" a partir dos quais essa fórmula pode ser deduzida (utilizando para o efeito, a lógica $Lact_N$). Por exemplo, nesta abordagem, podem ser respondidas as seguintes questões (relativamente a uma determinada organização *Org*):

(Q1) pode o agente x assegurar A?;
(Q2) quais os agentes que podem assegurar A?;
(Q3) que deve o agente x fazer (directamente) de modo a assegurar A?.

Apesar de simples, estas questões podem ser utilizadas para analisar problemas interessantes de uma organização. Questões do tipo Q1 podem ser utilizadas para analisar problemas relacionados com a atribuição de *responsabilidades organizacionais*[80]. É bem conhecido que as responsabilidades devem ser atribuídas a agentes com os poderes/meios necessários para poderem cumprir tais responsabilidades. Portanto, a questão "pode o agente x ser responsável pela tarefa A?" pode ser interpretada como "pode o agente x cumprir tal responsabilidade por A, na organização?", i.e. "será que a organização proporciona ao agente x os meios para assegurar A?".

Por outro lado, como aplicação útil de questões do tipo Q2, pode-se pensar em sistemas periciais que guiam clientes aos agentes (da organização) habilitados (ou reconhecidos pela organização como estando habilitados) a resolver os seus problemas, uma vez que a questão "quem

[80] Repare-se que na especificação de uma organização não se descreveu quais as condições e os mecanismos que levam à atribuição de uma *responsabilidade organizacional*, assim como não se descreveu muitos outros aspectos relevantes à actividade de uma organização. O objectivo nesta tese foi apenas o de mostrar como uma descrição muito mais básica de uma organização, com carácter estrutural, é fundamental, afectando ulteriores decisões de desenho de uma organização (como atribuições de responsabilidades) e como a lógica de acção proposta auxilia na detecção de tais impactos.

deve ser contactado (na organização) para obter A?" pode ser interpretada como "que agentes podem assegurar A, na organização?" (claro que nessas aplicações possivelmente apenas um subconjunto de tais agentes deve ser considerado: os agentes que podem assegurar A e que são supostos interagir com os clientes).

Finalmente, questões do tipo Q3 podem ser utilizadas para guiar a distribuição de tarefas na organização, ou mesmo para raciocinar acerca das condições de cumprimento de responsabilidades. As questões "que deve o agente x fazer para assegurar A?" e "que deve o agente x fazer para cumprir a sua responsabilidade por A?" podem ser interpretadas por "quais são as possibilidades proporcionadas ao agente x para assegurar A, na organização?".

Dada uma organização *Org*, a estratégia adoptada nesta abordagem para responder às questões dos tipos Q1, Q2 e Q3 é a de analisar os comportamentos de B_{Org} onde G_XA se verifica. Assim, uma questão do tipo Q1 pode ser respondida afirmativamente caso se confirme a existência de um comportamento possível $\Gamma \in B_{Org}$ a partir do qual se possa deduzir G_XA. Uma questão do tipo Q2 pode ser respondida por apresentação do conjunto dos agentes $X \subseteq Ag$ para os quais $x \in X$ sse se confirma a existência de um comportamento possível $\Gamma \in B_{Org}$ a partir do qual se pode deduzir G_XA. Uma questão do tipo Q3 pode ser respondida analisando todos os comportamentos possíveis em B_{Org} a partir dos quais se pode deduzir G_XA e seleccionando desses comportamentos os diferentes "actos directos" do agente x. Veja-se então a formalização das respostas a estas questões. Considere-se as seguintes definições:

Definição 5.7: Conjunto de comportamentos de *Org* que verificam a fórmula A

Dada uma organização *Org* e uma fórmula A de $Lact_N$, o conjunto $B_{Org}(A)$ dos comportamentos possíveis de *Org* que verificam A é definido por:

$$B_{Org}(A) = \{\Gamma : \Gamma \in B_{Org} \text{ e } \Gamma \vdash_{LactN} A\}$$ ♦

Definição 5.8: Acções de x nos comportamentos de *Org* que verificam a fórmula A

Dada uma organização *Org* e uma fórmula A de $Lact_N$, o conjunto $B^x_{Org}(A)$ das acções do agente x nos comportamentos possíveis de *Org* que verificam A é definido por:

$$B^x_{Org}(A) = \{\Gamma \cap \Delta^x_{Org} : \Gamma \in B_{Org}(A)\}$$

onde $\Delta^x_{Org} = \{E_xA : A \in C(x)\} \cup \{_xI_yA : A \in >(x,y) \text{ e } y \in Ag\}$ ♦

Por exemplo, para org1=$(\{a,b,c\},\{Cap_a p1,Cap_b p2,Cap_c \neg p2\},\{a>_{p2} b,a>_{\neg p2} c\})$ obter-se-á, e.g. $B_{org1}(True)=B_{org1}$, $B_{org1}(False)=\emptyset$, $B_{org1}(G_a(p2\wedge\neg p2))=\emptyset$, $B_{org1}(E_a(p1\wedge p2))=\emptyset$, $B_{org1}(G_a(p1\wedge p2))=\{\{E_a p1,E_b p2,{}_a I_b p2\},\{E_a p1,E_b p2,{}_a I_b p2,{}_a I_c \neg p2\}\}$, $B_{org1}(G_a(p1\wedge\neg p2))=\{\{E_a p1,E_c \neg p2,{}_a I_c \neg p2\},\{E_a p1,E_c \neg p2,{}_a I_b p2,{}_a I_c \neg p2\}\}$, $B^a{}_{org1}(G_a(p1\wedge p2))=\{\{E_a p1,{}_a I_b p2\},\{E_a p1,{}_a I_b p2, {}_a I_c \neg p2\}\}$ e $B^a{}_{org1}(G_a(p1\wedge\neg p2))=\{\{E_a p1,{}_a I_c \neg p2\}, \{E_a p1,{}_a I_b p2, {}_a I_c \neg p2\}\}$.

Nesta abordagem, a Definição 5.7 permite formalizar as respostas às questões do tipo Q1 e Q2 da seguinte maneira:

Definição 5.9: Formalização das respostas às questões do tipo Q1 e Q2

Dada uma organização *Org*, as respostas às questões Q1 e Q2 são respectivamente formalizadas por R1 e R2, como se segue:

(R1) ***Sim***, se $B_{Org}(G_x A)\neq\emptyset$

(R2) ***X***, $X=\{x: x\in Ag$ e $B_{Org}(G_x A)\neq\emptyset\}$ ♦

Relativamente às questões do tipo Q3, podem-se ainda fazer as duas distinções adicionais (relativamente a uma determinada organização *Org*):

(Q3') quais as “acções directas” do agente x que são *inevitáveis* para assegurar A?;

(Q3'') quais as “acções directas” do agente x que são *opcionais* para assegurar A?.

Intuitivamente, por “acções directas” do agente x *inevitáveis* para assegurar A, pretende-se denominar as “acções directas” do agente x para as quais não há alternativas na obtenção de A (ou de “partes” de A). Por “acções directas” do agente x *opcionais* para assegurar A, pretende-se denominar as “acções directas” do agente x que representam alternativas na obtenção de A (ou de “partes” de A). As primeiras são aqui representadas pelas “acções directas” do agente x pertencentes à intersecção dos comportamentos em $B^x{}_{Org}(G_x A)$. Quanto às últimas, pelas acções não-inevitáveis do agente x pertencendo a cada conjunto minimal em $(B^x{}_{Org}(G_x A),\subseteq)$[81]. Repare-se que cada conjunto minimal em $(B^x{}_{Org}(G_x A),\subseteq)$ representa um comportamento do agente x no âmbito de um comportamento possível suficiente para x assegurar A. Adiante apresentam-se exemplos que ajudam a clarificar estas distinções.

[81] x é minimal em $(S, \subseteq)$ sse se verifica: (i) $x\in S$; e (ii) para todo $y\in S$: se $y\subseteq x$, então $y=x$.

Nesta abordagem, a Definição 5.8 permite formalizar as respostas às questões do tipo Q3' e Q3" da seguinte maneira:

Definição 5.10: Formalização das respostas às questões do tipo Q3' e Q3"

Dada uma organização *Org*, as respostas às questões Q3' e Q3" são respectivamente formalizadas por R3' e R3", como se segue:

(R3') $\boldsymbol{M}$, M $= \bigcap_{\Gamma \in B^{X}_{Org}(G_X A)} \Gamma$, se $B^{X}_{Org}(G_X A) \neq \varnothing$; e

$= \varnothing$, caso contrário

(R3") $\boldsymbol{O}$, O = $\{Y - M: Y \in \text{minimal}(\ (B^{X}_{Org}(G_X A), \subseteq)\ )\}$[82] ♦

Como ilustração da utilização das definições anteriores na resposta às questões do tipo Q1, Q2, Q3' e Q3", considere-se a seguinte organização apresentada na Figura 5-3 e representada por org2=($\{a,b,c,d\},\{Cap_c p, Cap_d p\},\{a>_p b, b>_p c, b>_p d\}$).

De acordo com a formalização apresentada nas definições anteriores, a resposta à questão "pode o agente *a* assegurar *p*?" é afirmativa, uma vez que $B_{org2}(G_a p) \neq \varnothing$ (e.g., $\{{}_a I_b p, {}_b I_c p, E_c p\} \in B_{org2}(G_a p)$). Por outro lado, obtém-se X={a,b,c,d} como resposta à questão "quais os agentes que podem assegurar *p*?".

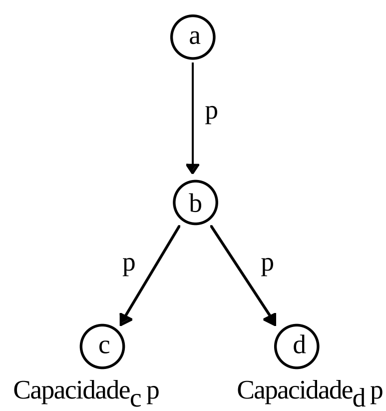

Figura 5-3: Diagrama da organização org2=($\{a,b,c,d\},\{Cap_c p, Cap_d p\},\{a>_p b, b>_p c, b>_p d\}$).

---

[82] minimal((S, ⊆))={x: x é minimal em (S, ⊆)}.

Relativamente à resposta à pergunta “que deve o agente *a* fazer de modo a assegurar *p*?”, obtém-se $M=\{{}_aI_bp\}$ e $O=\emptyset$ para as acções inevitáveis e opcionais, respectivamente, uma vez que $B^a{}_{org2}(G_aA) =\{{}_aI_bp\}$. E como resposta à pergunta “que deve o agente *b* fazer de modo a assegurar *p*?”, obtém-se $M=\emptyset$ e $O=\{\{{}_bI_cp\},\{{}_bI_dp\}\}$ (como é esperado intuitivamente), uma vez que $B^b{}_{org2}(G_bA)=\{\{{}_bI_cp,{}_bI_dp\},\{{}_bI_cp\},\{{}_bI_dp\}\}$. Veja-se neste caso os comportamentos minimais em $(B^b{}_{org2}(G_bA),\subseteq)$, representados na Figura 5-4 (em que os arcos representam a relação de inclusão).

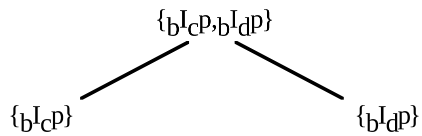

Figura 5-4: Representação da ordem parcial $\subseteq$ ***no conjunto*** $B^b{}_{org2}(G_bA)$.

Termina-se esta secção confirmando que as formalizações adoptadas no cálculo das respostas R1, R2, R3' e R3'' seguem as intuições propostas em termos do menor modelo mínimo canónico M^c.

Em primeiro lugar note-se que todas as fórmulas $B\in ACTS_{LactN}$ dedutíveis a partir de $\Gamma\in B_{Org}$ são verdadeiras em todas as possíveis situações em que a organização *Org* se pode “encontrar” quando o comportamento possível Γ é executado, i.e.: $W^\Gamma{}_{Org}\subseteq \|B\|^{M^c}$.

Resultado 5.2: Seja *Org* a estrutura de uma organização e $B\in ACTS_{LactN}$. Então, para todo o $\Gamma\in B_{Org}$:

$$\Gamma\vdash_{LactN} B \quad \text{sse} \quad W^\Gamma{}_{Org}\subseteq \|B\|^{M^c}$$

Demonstração: Seja $\Gamma\in B_{Org}$ e $B\in ACTS_{LactN}$. Tem-se:

$\Gamma\vdash_{LactN} B$

sse [Resultado 5.1]

$\Gamma^*\vdash_{LactN} B$

sse [Resultado 2.5(i)]

$(\forall\ Max_{LactN}\ \Delta)\ (\Gamma^*\subseteq\Delta \Rightarrow B\in \Delta)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.5; Resultado 2.13]

$W^\Gamma{}_{Org}\subseteq \|B\|^{M^c}$ ♦

Em segundo lugar note-se que em todos os mundos de $W^{\Gamma}{}_{Org}$ ($\Gamma\in B_{Org}$) são verdadeiras as mesmas fórmulas de $ACTS_{LactN}$. Intuitivamente, isto significa que são executados os mesmos actos em todas as possíveis situações em que a organização *Org* se pode "encontrar" quando o comportamento possível Γ é executado, i.e.: $W^{\Gamma}{}_{Org}\cap\|B\|^{M^c}\neq\varnothing$ sse $W^{\Gamma}{}_{Org}\subseteq\|B\|^{M^c}$ (para $B\in ACTS_{LactN}$).

Resultado 5.3: Seja *Org* a estrutura de uma organização e $B\in ACTS_{LactN}$. Então, para todo o $\Gamma\in B_{Org}$:

$$W^{\Gamma}{}_{Org}\cap\|B\|^{M^c}\neq\varnothing \quad \text{sse} \quad W^{\Gamma}{}_{Org}\subseteq\|B\|^{M^c}$$

Demonstração: Seja $\Gamma\in B_{Org}$ e $B\in ACTS_{LactN}$.

(i) $W^{\Gamma}{}_{Org}\cap\|B\|^{M^c}\neq\varnothing \Rightarrow W^{\Gamma}{}_{Org}\subseteq\|B\|^{M^c}$: Suponha-se que $W^{\Gamma}{}_{Org}\cap\|B\|^{M^c}\neq\varnothing$ e seja $\alpha\in W^{\Gamma}{}_{Org}\cap\|B\|^{M^c}$. Tem-se:

$\alpha\in W^{\Gamma}{}_{Org}\cap\|B\|^{M^c}$

$\Rightarrow$ [Definição 5.5; Resultado 2.13]

$\Gamma^*\cup\{B\}\subseteq\alpha$

$\Rightarrow$ [Definição 2.3; Resultado 2.2(xii)] (pois $Max_{LactN}\ \alpha$)

$Con_{LactN}\ (\Gamma^*\cup\{B\})$

$\Rightarrow$ [Resultado 2.2(iv e xv)]

$\neg B\notin\Gamma^*$ (i.e. $\Gamma\vdash_{LactN} B$, pela definição de Γ^*)

sse [Resultado 5.1]

$\Gamma^*\vdash_{LactN} B$

sse [Resultado 2.5(I)]

$(\forall\ Max_{LactN}\ \Delta)\ (\Gamma^*\subseteq\Delta \Rightarrow B\in\Delta)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.5; Resultado 2.13]

$W^{\Gamma}{}_{Org}\subseteq\|B\|^{M^c}$

(ii) $W^{\Gamma}{}_{Org}\subseteq\|B\|^{M^c} \Rightarrow W^{\Gamma}{}_{Org}\cap\|B\|^{M^c}\neq\varnothing$: imediato, uma vez que $W^{\Gamma}{}_{Org}\neq\varnothing$ [Lema 5.6; Resultado 2.4]. ♦

Veja-se então que as formalizações adoptadas no cálculo das respostas R1, R2, R3' e R3'' seguem as intuições propostas em termos do menor modelo mínimo canónico M^c.

Intuitivamente, a questão do tipo Q1 - i.e. "pode o agente x assegurar A (na organização *Org*)?" - pode ser respondida afirmativamente caso a organização *Org* se possa "encontrar" numa situação na qual x assegura A, i.e.: $W_{Org}\cap\|G_xA\|^{M^c}\neq\varnothing$. O próximo teorema comprova que a formalização adoptada no cálculo de respostas de questões do tipo Q1 (veja-se a formulação R1 da Definição 5.9) segue esta intuição.

Resultado 5.4: Seja *Org* a estrutura de uma organização e $B \in ACTS_{LactN}$. Então:

$$B_{Org}(B) \neq \emptyset \quad \text{sse} \quad W_{Org} \cap ||B||^{M^c} \neq \emptyset$$

Demonstração: Imediato [Definição 5.6; Definição 5.7; Resultado 5.2; Resultado 5.3]. ♦

Conclui-se portanto: $B_{Org}(G_x A) \neq \emptyset$ sse $W_{Org} \cap ||G_x A||^{M^c} \neq \emptyset$.

As intuições anteriores são também adequadas para justificar a formulação proposta para as respostas às perguntas do tipo Q2, i.e. "quais os agentes que podem assegurar A (na organização *Org*)?". Repare-se que, com base no Resultado 5.4, é trivial demonstrar que a seguinte formulação em termos do modelo M^c é equivalente à formulação R2 da Definição 5.9:

(R'2) $X = \{x: x \in Ag \text{ e } W_{Org} \cap ||G_x A||^{M^c} \neq \emptyset\}$

Veja-se agora as questões do tipo Q3', i.e. "quais as "acções directas" do agente x que são *inevitáveis* para assegurar A (na organização *Org*)?". Intuitivamente, estas acções representam a participação necessária do agente x em qualquer situação em que x assegura A, i.e. essa "participação" do agente x deve necessariamente ocorrer em qualquer situação em que a organização *Org* se "encontre" sempre que x assegura A. Isto é, se a fórmula B representa uma dessas acções *inevitáveis*, então verifica-se $W_{Org} \cap ||G_x A||^{M^c} \subseteq ||B||^{M^c}$. Claro que só é relevante considerar os casos em que $W_{Org} \cap ||G_x A||^{M^c} \neq \emptyset$. Veja-se então que esta formulação em termos do modelo M^c se verifica para as acções em M da formulação R3' da Definição 5.10:

Resultado 5.5: Seja *Org* a estrutura de uma organização, $A \in Form(L)$ e $B \in \Delta^x_{Org}$. Então:

Se $B \in M = \bigcap_{\Gamma \in B^x_{Org}(G_x A)} \Gamma$, então verificam-se simultaneamente as condições:

(1) $W_{Org} \cap ||G_x A||^{M^c} \neq \emptyset$;
(2) $W_{Org} \cap ||G_x A||^{M^c} \subseteq ||B||^{M^c}$.

Demonstração: Demonstração por *contra-recíproco*: Suponha-se que $B \in \Delta^x_{Org}$ e que uma das condições (1) ou (2) não se verifica:

(a) A condição (1) não se verifica, i.e. $W_{Org} \cap ||G_x A||^{M^c} = \emptyset$. Tem-se:

$W_{Org} \cap \|G_x A\|^{M^c} = \emptyset$.

sse [Resultado 5.4] (pois $G_x A \in ACTS_{LactN}$)

$B_{Org}(G_x A) = \emptyset$

$\Rightarrow$ [Definição 5.8]

$B^x_{Org}(G_x A) = \emptyset$

$\Rightarrow$ (por definição de M)

$M = \emptyset$

$\Rightarrow$

$B \notin M$

(b) A condição (2) não se verifica, i.e. $W_{Org} \cap \|G_x A\|^{M^c} \not\subseteq \|B\|^{M^c}$. Logo $W_{Org} \cap \|G_x A\|^{M^c} \neq \emptyset$. Seja $\alpha \in W_{Org} \cap \|G_x A\|^{M^c}$ e $\alpha \notin \|B\|^{M^c}$. Então existe um $\Gamma \in B_{Org}$ [Definição 5.6] tal que:

(I) $\alpha \in W^{\Gamma}{}_{Org} \cap \|G_x A\|^{M^c}$; e

(II) $\alpha \notin W^{\Gamma}{}_{Org} \cap \|B\|^{M^c}$.

De (I) conclui-se: $\Gamma \vdash_{LactN} G_x A$ [Resultado 5.2; Resultado 5.3], e de (II) conclui-se $B \notin \Gamma$ [Resultado 5.2; Resultado 2.3(i)]. Logo $(\exists\, \Delta \in B^x_{Org}(G_x A))\ B \notin \Delta$ [Definição 5.8]. Então $B \notin M$. ♦

Note-se que o recíproco deste teorema não se verifica, um vez que pode acontecer que na organização *Org* a acção inevitável $B \in \Delta^x{}_{Org}$ possa ser deduzida de outras acções do agente x (também pertencentes a $\Delta^x{}_{Org}$). Para ilustrar esta situação, considere-se a organização org3=({a},{$Cap_a p$,$Cap_a q$,$Cap_a(p \wedge q)$},{}). Neste exemplo verifica-se $W_{Org} \cap \|G_a(p \wedge q)\|^{M_{Org3}} \neq \emptyset$ e $W_{Org} \cap \|G_x(p \wedge q)\|^{M_{Org3}} \subseteq \|E_a(p \wedge q)\|^{M_{Org3}}$, e no entanto $E_a(p \wedge q) \notin M$, uma vez que $M = \emptyset$ (repare-se que $B_{org3}(G_a(p \wedge q)) = \{\{E_a(p \wedge q)\}, \{E_a p, E_a q\}, \{E_a p, E_a(p \wedge q)\}, \{E_a q, E_a(p \wedge q)\}, \{E_a p, E_a q, E_a(p \wedge q)\}\}$).

Situações como estas podem ocorrer nos casos em que na estrutura de uma organização *Org* se consideram explicitamente capacidades que poderiam ser deduzidas implicitamente (de acordo com o princípio "$(Cap_x A \wedge Cap_x B) \rightarrow Cap_x(A \wedge B)$") de outras capacidades também especificadas. O mesmo se pode passar no caso de se considerar a canais de influência nas mesmas circunstâncias, mas relativamente ao princípio "$(x >_A y \wedge x >_B y) \rightarrow x >_{(A \wedge B)} y$". A formulação de R3' na Definição 5.10 não contempla portanto estas situações.

No entanto estas são situações em que se consideram desnecessariamente capacidades e canais de influência na descrição de uma organização. No exemplo anterior é desnecessário considerar $Cap_a(p \wedge q)$, uma vez que esta pode ser deduzida implicitamente das restantes capacidades.

O recíproco do teorema anterior verificar-se-á se se assumir que na estrutura da organização não se consideram capacidades e canais de influência "desnecessários" no sentido descrito acima. Outra alternativa para verificar o recíproco do teorema anterior será evitar que seja considerado como comportamento possível cada conjunto de acções a partir das quais possam ser deduzidas outras acções não incluídas nesse conjunto mas que para as quais estão referidas explicitamente capacidades e canais de influência. Isto é, considerar $\mathcal{B}_{Org}$ definido do seguinte modo:

$$\mathcal{B}_{Org} = \{\Gamma\colon \mathrm{Con}_{\mathrm{LactN}}\,\Gamma,\ \Gamma\subseteq\Delta_{Org} \text{ e } (\forall\, A\in\Delta_{Org})\ (\Gamma\vdash_{\mathrm{LactN}} A \Rightarrow A\in\Gamma)\}$$

Com esta definição alternativa ter-se-ia no exemplo anterior $\mathcal{B}_{org3}(G_a(p\wedge q))=\{\{E_a(p\wedge q)\},$ $\{E_ap,E_a(p\wedge q)\},\{E_aq,E_a(p\wedge q)\},\{E_ap,E_aq,E_a(p\wedge q)\}\}$, excluindo-se portanto o conjunto $\{E_ap,$ $E_aq\}$. Nesse caso $M=\{E_a(p\wedge q)\}$.

No que se segue, mantém-se $\mathcal{B}_{Org}$ definido como na Definição 5.2. O resultado seguinte apresenta o recíproco do teorema anterior nos casos em que $\mathcal{B}_{Org}$ satisfaz adicionalmente a seguinte propriedade: $(\forall\, \Gamma\in\mathcal{B}_{Org})\ (\forall\, A\in\Delta_{Org})\ (\Gamma\vdash_{\mathrm{LactN}} A \Rightarrow A\in\Gamma)$.

Resultado 5.6: Seja *Org* a estrutura de uma organização, $A\in\mathrm{Form}(L)$ e $B\in\Delta^{x}_{Org}$. Então:

Se se verificam em simultâneo as seguintes três condições:

(1) $W_{Org}\cap\|G_xA\|^{\mathcal{M}c}\neq\emptyset$;

(2) $W_{Org}\cap\|G_xA\|^{\mathcal{M}c}\subseteq\ \|B\|^{\mathcal{M}c}$;

(3) $(\forall\, \Gamma\in\mathcal{B}_{Org})\ (\forall\, A\in\Delta_{Org})\ (\Gamma\vdash_{\mathrm{LactN}} A \Rightarrow A\in\Gamma)$.

então $B\in M = \bigcap_{\Gamma\in\mathcal{B}^{x}_{Org}(G_xA)} \Gamma$

Demonstração: Suponha-se que $B\in\Delta^{x}_{Org}$ e que se verificam simultaneamente (1), (2) e (3). Por (1) verifica-se $\mathcal{B}_{Org}(G_xA)\neq\emptyset$ [Resultado 5.4]. Seja $\Gamma\in\mathcal{B}_{Org}(G_xA)$. Tem-se:

$\Gamma\in\mathcal{B}_{Org}(G_xA)$

sse [Definição 5.7]

$\Gamma\vdash_{\mathrm{LactN}} G_xA$

sse [Resultado 5.2]

$W^{\Gamma}_{Org}\subseteq\|G_xA\|^{\mathcal{M}c}$

$\Rightarrow$ [(2)] (pois $W^{\Gamma}_{Org}\subseteq W_{Org}$)

$W^{\Gamma}_{Org}\subseteq\|B\|^{\mathcal{M}c}$

sse [Resultado 5.2]

$\Gamma\in\mathcal{B}_{Org}(B)$

$\Rightarrow$ [Definição 5.7; (3)] (pois $B\in\Delta^{x}_{Org}\subseteq\Delta_{Org}$)

$B\in\Gamma$

Uma vez que Γ é um qualquer elemento de $B_{Org}(G_xA)$ e que $B\in\Delta^x{}_{Org}$, tem-se $(\forall\ \Gamma'\in B_{Org}(G_xA))\ B\in\Gamma'\cap\Delta^x{}_{Org}$. Conclui-se portanto $(\forall\ \Gamma'\in B^x{}_{Org}(G_xA))\ B\in\Gamma'$ [Definição 5.8]. Consequentemente $B\in M$. ♦

Veja-se, para finalizar, as questões do tipo Q3", i.e. "quais as acções directas do agente x que são *opcionais* para assegurar A (na organização *Org*)?".

A formulação R3" da Definição 5.10 apresenta, como resposta a este tipo de questão, um conjunto cujos elementos (conjuntos de acções) representam intuitivamente as diferentes alternativas de "participação" do agente x para assegurar A. Cada uma destas alternativas, juntamente com as acções inevitáveis do agente x para assegurar A, representam uma "participação" suficiente de x para assegurar A (assumindo obviamente que os restantes agentes "fazem o que lhes compete"). Mais concretamente, se $B=\{B_1,\ldots,B_n\}$ (n>0) representa uma "participação" alternativa de x para x assegurar A, então deve existir uma "comportamento potencial" Γ^* (i.e. $\Gamma\in B_{Org}$) em cujas situações x assegura A (i.e. $W^{\Gamma}{}_{Org}\cap\|G_xA\|^{M^c}\neq\emptyset$) e em que x "participa" executando os actos em B, i.e. $(\forall\ B_i\in B)\ W^{\Gamma}{}_{Org}\cap\|G_xA\|^{M^c}\subseteq\|B_i\|^{M^c}$. Obviamente que nessa "participação" x também executa todas as suas acções inevitáveis para assegurar A. Contudo na formulação R3" da Definição 5.10 não se considera as acções inevitáveis nas alternativas da participação de x para assegurar A. Portanto $(\forall\ B_i\in B)\ W_{Org}\cap\|G_xA\|^{M^c}\not\subseteq\|B_i\|^{M^c}$ (veja-se a representação das acções inevitáveis discutida atrás).

Veja-se então que esta formulação em termos do modelo M^c se verifica para os elementos de O da formulação R3" da Definição 5.10:

Resultado 5.7: Seja *Org* a estrutura de uma organização, $A\in Form(L)$. Então:

Se $B\in O=\{Y-M:\ Y\in minimal(\ (B^x{}_{Org}(G_xA),\ \subseteq)\ )\}$, então verificam-se simultaneamente as seguintes condições:

(1) $(\exists\ \Gamma\in B_{Org})\ (W^{\Gamma}{}_{Org}\cap\|G_xA\|^{M^c}\neq\emptyset$ e $(\forall\ B_i\in B)\ W^{\Gamma}{}_{Org}\cap\|G_xA\|^{M^c}\subseteq\|B_i\|^{M^c})$;

(2) $(\forall\ B_i\in B)\ W_{Org}\cap\|G_xA\|^{M^c}\not\subseteq\|B_i\|^{M^c}$.

Demonstração: Suponha-se que $B\in O$. Verifica-se portanto que existe $\Gamma\in B_{Org}$, tal que [Definição 5.7; Definição 5.8; Definição 5.10]:

(I) $B\subseteq\Gamma$; e

(II) $\Gamma\vdash_{Lact_N} G_xA$; e

(III) $(\forall\ B_i\in B)\ B_i\notin M=\bigcap_{\Gamma\in B^x{}_{Org}(G_xA)}\Gamma$.

Tem-se $W^{\Gamma}_{Org}\cap\|G_xA\|^{M^c}\neq\emptyset$ [(II); Resultado 5.2; Resultado 5.3]. Tem-se também $(\forall\ B_i\in B)$ $W^{\Gamma}_{Org}\subseteq\|B_i\|^{M^c}$ [(I); Resultado 2.2(iv); Resultado 5.2]. Por outro lado (II) permite ainda concluir $W^{\Gamma}_{Org}\subseteq\|G_xA\|^{M^c}$ [Resultado 5.2] e portanto $W^{\Gamma}_{Org}\cap\|G_xA\|^{M^c}=W^{\Gamma}_{Org}$. Consequentemente $(\forall$ $B_i\in B)$ $W^{\Gamma}_{Org}\cap\|G_xA\|^{M^c}\subseteq\|B_i\|^{M^c}$. Conclui-se portanto a condição (1).

Por (III) e pelo Resultado 5.5 conclui-se também que se verifica a condição (2). ♦

No entanto o recíproco desta teorema não se verifica. Pelas razões explicadas atrás, é necessário considerar adicionalmente a propriedade: $(\forall\ \Gamma\in B_{Org})$ $(\forall\ A\in\Delta_{Org})$ $(\Gamma\vdash_{Lact_N} A\Rightarrow A\in\Gamma)$. Por outro lado a condição (1) do teorema anterior não expressa completamente o seguinte aspecto considerado na formulação R3" da Definição 5.10: Se B é uma “participação” alternativa de x para x assegurar A, então existe uma situação em que a organização *Org* se pode “encontrar” na qual x assegura A e em que B∪M expressa todos os actos de x nessa situação. Mais, não deverá existir nenhuma outra situação em que a organização *Org* se pode “encontrar” na qual x assegura A e em que x participa com menos actos que em B∪M. Isto é, para um comportamento Γ satisfazendo (1) do teorema anterior deve considerar-se adicionalmente que se verifica: $(\Gamma-(B\cup M))\cap\Delta^x_{Org}=\emptyset$ e $(\forall\ \Sigma\in B_{Org})$ $(\Sigma\cap\Delta^x_{Org}\subseteq\Gamma\cap\Delta^x_{Org}\Rightarrow(\Sigma\cap\Delta^x_{Org}=\Gamma\cap\Delta^x_{Org}$ ou $W^{\Sigma}_{Org}\cap\|G_xA\|^{M^c}=\emptyset))$.

Resultado 5.8: Seja *Org* a estrutura de uma organização, $A\in Form(L)$ e $B\subseteq\Delta^x_{Org}$. Então:

Se se verificam simultaneamente as seguintes três condições:

(1) $(\exists\ \Gamma\in B_{Org})$

($W^{\Gamma}_{Org}\cap\|G_xA\|^{M^c}\neq\emptyset$ e (1.a)

$(\forall\ B_i\in B)$ $W^{\Gamma}_{Org}\cap\|G_xA\|^{M^c}\subseteq\|B_i\|^{M^c}$ e (1.b)

$(\Gamma-(B\cup M))\cap\Delta^x_{Org}=\emptyset$ (1.c)

$(\forall\ \Sigma\in B_{Org})$ ($\Sigma\cap\Delta^x_{Org}\subseteq\Gamma\cap\Delta^x_{Org}$

$\Rightarrow$

$(\Sigma\cap\Delta^x_{Org}=\Gamma\cap\Delta^x_{Org}$ ou $W^{\Sigma}_{Org}\cap\|G_xA\|^{M^c}=\emptyset)$) (1.d)

);

(2) $(\forall\ B_i\in B)$ $W_{Org}\cap\|G_xA\|^{M^c}\not\subseteq\|B_i\|^{M^c}$;

(3) $(\forall\ \Gamma\in B_{Org})$ $(\forall\ A\in\Delta_{Org})$ $(\Gamma\vdash_{Lact_N} A\Rightarrow A\in\Gamma)$.

então $B\in O=\{Y-M\colon Y\in minimal(\ (B^x_{Org}(G_xA),\ \subseteq)\ )\}$

Demonstração: Suponha-se que $B\subseteq\Delta^x_{Org}$ e que se verificam simultaneamente (1), (2) e (3). Demonstra-se à frente que se verifica:

(A) $B\cup M\in B^x_{Org}(G_xA)$; e

(B) $(\forall\ Z\in B^x_{Org}(G_xA))$ $(Z\subseteq B\cup M\Rightarrow Z=B\cup M)$.

Estas duas condições permitem concluir esta prova da seguinte maneira: Por (A) e (B) tem-se $B \cup M \in minimal((\mathcal{B}^X{}_{Org}(G_X A), \subseteq))$. Por outro lado $(\forall B_i \in B) B_i \notin M$ [(2); Resultado 5.5]. Consequentemente $B=(B \cup M)-M$ e portanto $B \in O$.

Conclui-se esta demonstração com a prova das asserções (A) e (B). Veja-se primeiro que se verifica (A).

Por (1) tem-se que existe $\Gamma \in \mathcal{B}_{Org}$, tal que $W^{\Gamma}{}_{Org} \subseteq \|G_X A\|^{\mathcal{M}c}$ [(1.a); Resultado 5.3]. Então $W^{\Gamma}{}_{Org} \cap \|G_X A\|^{\mathcal{M}c} = W^{\Gamma}{}_{Org}$ e portanto $(\forall B_i \in B)$ $W^{\Gamma}{}_{Org} \subseteq \|B_i\|^{\mathcal{M}c}$ [(1.b)]. Consequentemente verifica-se que existe $\Gamma \in \mathcal{B}_{Org}$, tal que [Resultado 5.2]:

(I) $\Gamma \vdash_{LactN} G_X A$; e

(II) $(\forall B_i \in B)$ $\Gamma \vdash_{LactN} B_i$.

Então $B \subseteq \Gamma \cap \Delta^X{}_{Org}$ [(II); (3)] (pois $B \subseteq \Delta^X{}_{Org} \subseteq \Delta_{Org}$). Por outro lado verifica-se $M \subseteq \Gamma \cap \Delta^X{}_{Org}$ [(I); Definição 5.8; Definição 5.10]. Conclui-se portanto $B \cup M \subseteq \Gamma \cap \Delta^X{}_{Org}$. Logo $B \cup M = \Gamma \cap \Delta^X{}_{Org}$ [(1.c)] e portanto $B \cup M \in \mathcal{B}^X{}_{Org}(G_X A)$ [(I); Definição 5.8].

Por último veja-se que se verifica (B). Suponha-se, per absurdum, que existe $Z \in \mathcal{B}^X{}_{Org}(G_X A)$ tal que $Z \subseteq B \cup M$ e $Z \neq B \cup M$. Então existe $\Sigma \in \mathcal{B}_{Org}$ tal que [Definição 5.8]:

(III) $\Sigma \cap \Delta^X{}_{Org} = Z$; e

(IV) $\Sigma \vdash_{LactN} G_X A$

Seja $\Gamma \in \mathcal{B}_{Org}$ nas condições da condição (1). Então $B \cup M = \Gamma \cap \Delta^X{}_{Org}$ (veja-se a prova da condição (A)) e portanto $\Sigma \cap \Delta^X{}_{Org} \subseteq \Gamma \cap \Delta^X{}_{Org}$ [(III); $Z \subseteq B \cup M$]. Então $W^{\Sigma}{}_{Org} \cap \|G_X A\|^{\mathcal{M}c} = \emptyset$ [(1.d); $Z \neq B \cup M$]. Logo $\Sigma \nvdash_{LactN} G_X A$ [Resultado 5.2; Resultado 5.3]. Mas isto contradiz (IV). Consequentemente $Z = B \cup M$. Conclui-se portanto (B). ♦